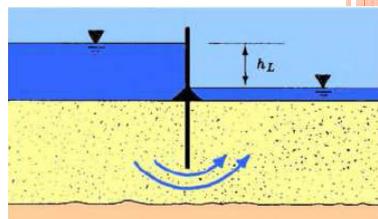


PLAN

- 1- Importance de l'eau dans les sols
- 2- Contraintes et pressions d'eau dans les sols
 - 2.1- Contrainte dans un milieu granulaire
 - 2.2- Contrainte totales et contraintes effectives
 - 2.2.1- Contrainte totales
 - 2.2.2- Pression d'eau et pression d'air
 - 2.2.3- Contrainte effectives – postulat de Terzaghi
 - 2.3- Contrainte géostatiques et nappe au repos
- 3- Loi d'écoulement de l'eau dans le sol
 - 3.1- Hypothèses et définitions fondamentales
 - 3.1.1- Charge hydraulique
 - 3.1.2- Gradient hydraulique
 - 3.1.3- Surface équipotentielle et surfaces isopièzes
 - 3.1.4- Vitesses d'écoulement
 - 3.1.5- Lignes de courant
 - 3.2- Loi de Darcy (1856)
 - 3.3- Coefficient de perméabilité
 - 3.3.1- Dimension et valeur
 - 3.3.2- Perméabilité des milieux stratifiés
 - 3.3.3- Mesure de la perméabilité en laboratoire

1- IMPORTANCE DE L'EAU DANS LES SOLS

- Effet direct sur le comportement de la plupart des sols
 - - capillarité
 - - gonflement
 - - percolation à travers les barrage
 - - tassement des structures
 - - instabilités des talus dans l'argile

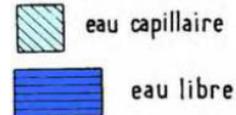
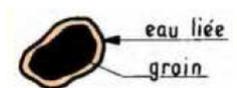
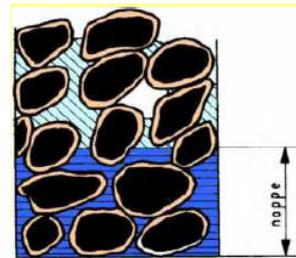


DIFFÉRENTS ÉTATS DE L'EAU DANS LES SOLS

○ On distingue quatre catégories d'eau:

- - Eau de constitution
- - Eau libre
- - Eau capillaire
- - Eau liée ou absorbée

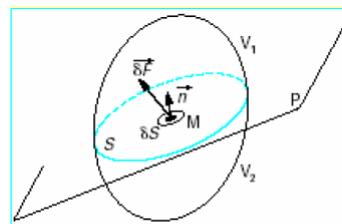
} Eau interstitielle



2- CONTRAINTES ET PRESSIONS D'EAU DANS LES SOLS

2.1- Contrainte dans un milieu granulaire

$$\vec{\sigma} = \lim_{\delta S \rightarrow 0} \frac{\delta \vec{F}}{\delta S}$$



Contrainte dans un milieu continu



2.2- CONTRAINTE TOTALES ET CONTRAINTES EFFECTIVES

○ 2.2.1- Contrainte totales

$$\vec{\sigma} = \sigma \vec{n} + \tau \vec{t}$$

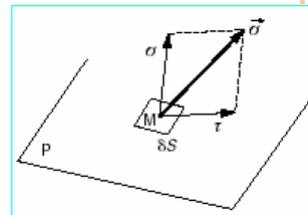
→

$\vec{\sigma}$: Vecteur de contrainte totale

○ σ : Contrainte totale normale

○ τ : Contrainte totale tangentielle

○ \vec{n} et \vec{t} : Vecteurs unitaires de la normale et de la direction de la contrainte tangentielle dans le plan de δS

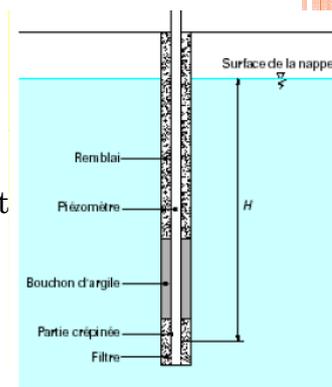


2.2.2- PRESSION D'EAU ET PRESSION D'AIR

○ La pression de l'eau est appelée **pression interstitielle et noté u.**

○ La pression de l'air est appelée **pression de l'air**

○ Les pressions de l'eau et de l'air sont en général comptées à partir de la pression atmosphérique



Mesure de la pression interstitielle
Piézomètres 7

2.2.3- CONTRAINTE EFFECTIVES – POSTULAT DE TERZAGHI

- Comment se répartissent les contraintes dans un sol, sachant que ce dernier est multiphasique ?

Sol global

- milieu continu, sans distinction entre les phases solide et liquide
- complètement saturé



les contraintes exercées en un point sur une facette donnée

Contraintes totales

Phases prises séparément

- lois de comportement différentes
- répartition des contraintes entre le solide et l'eau

squelette solide	responsable - des déformations - de la résistance au cisaillement
eau	- incompressible - aucune résistance au cisaillement

2.2.3- CONTRAINTE EFFECTIVES – POSTULAT DE TERZAGHI

Répartition des contraintes

- - contraintes transmises dans le squelette des grains solides du sol

contrainte effective σ' , τ'

- - les seules contraintes pouvant exister dans l'eau sont des pressions

pression interstitielle u

contrainte normale, sans cisaillement

Postulat de Terzaghi (1925)

$$\begin{cases} \sigma' = \sigma - u \\ \tau' = \tau \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{contrainte normale total} \\ - \\ \text{Pression de l'eau} \\ \hline \text{Contrainte effective} \end{array}$$

Remarques

- sol sec $\rightarrow \sigma' = \sigma$
- pas de mesure de σ'

responsable des tassements et de la résistance au cisaillement

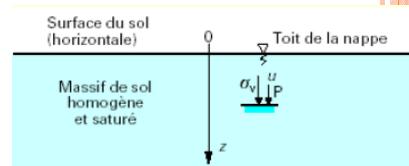
2.3- CONTRAINTE GÉOSTATIQUES ET NAPPE AU REPOS

Contrainte géostatique (naturelle)

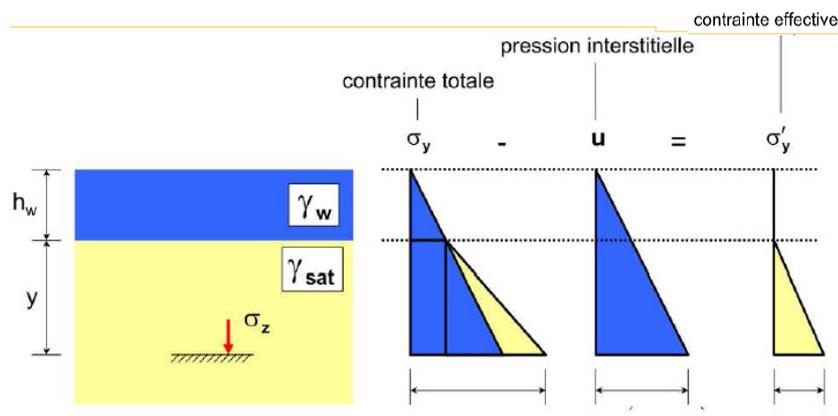
- Contrainte dans le sol avant tout chargement supplémentaire
- poids des terres

Sol saturé à surface horizontale, baigné par une nappe en équilibre :

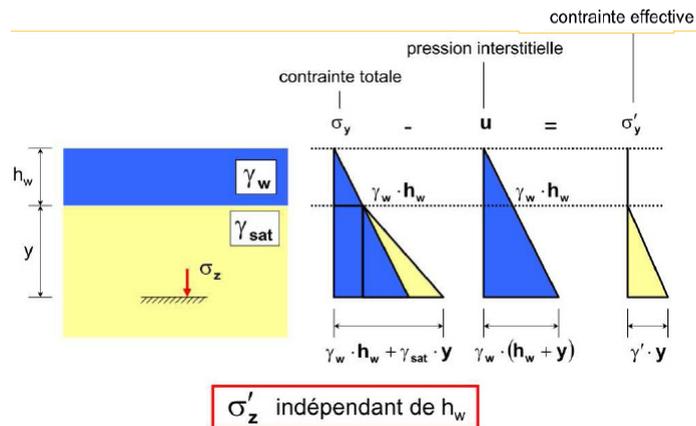
- contrainte totale verticale $\sigma_v = \rho g z = \gamma z$
- pression interstitielle $u = \rho_w g z = \gamma_w z$
- contrainte effective $\sigma' = \rho' g z = \gamma' z$



EXEMPLE 2: SOL INONDÉ À SURFACE HORIZONTALE



EXEMPLE 2: SOL INONDÉ À SURFACE HORIZONTALE



3- LOI D'ÉCOULEMENT DE L'EAU DANS LE SOL

3.1- Hypothèses et définitions fondamentales

Hypothèses lors de l'étude de l'écoulement de l'eau dans les sols

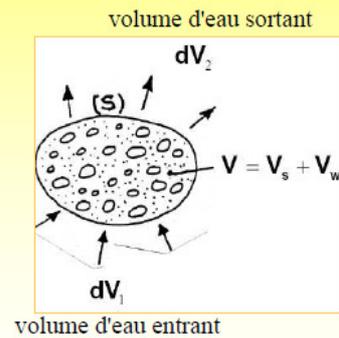
- 1- sol saturé
- 2- eau + grains incompressibles
- 3- phase liquide continue

CONDITION DE CONTINUITÉ

Condition de continuité

- Volume de sol saturé traversé par un écoulement
- pendant dt , dV_1 entre et dV_2 sort
- si les grains restent fixes et compte tenu de l'hypothèse 2

→ V_w dans S reste le même
 $dV_1 = dV_2$



En hydraulique des sols → régime permanent

3.1.1- CHARGE HYDRAULIQUE

- Énergie d'une particule fluide de masse unité (exprimée en mètre d'eau)
- Z_M : cote du point M par rapport à un plan horizontal de référence
- U_M : pression de l'eau interstitielle en M
- V_M : vitesse de l'eau

$$h_M = z_M + \frac{u_M}{\gamma_w} + \frac{v_M^2}{2g}$$

↓ énergie potentielle ↓ énergie cinétique

- Remarque : dans les sols, v est très faible (< 10 cm/s)
- $\frac{v_M^2}{2g}$ est négligeable ($0,5$ mm vM^2 $2g$ pour $v = 10$ cm/s)

$$h_M = z_M + \frac{u_M}{\gamma_w}$$

charge de position
charge de pression d'eau

↳ valeur relative dépendant de la position du plan de référence

3.1.1- CHARGE HYDRAULIQUE

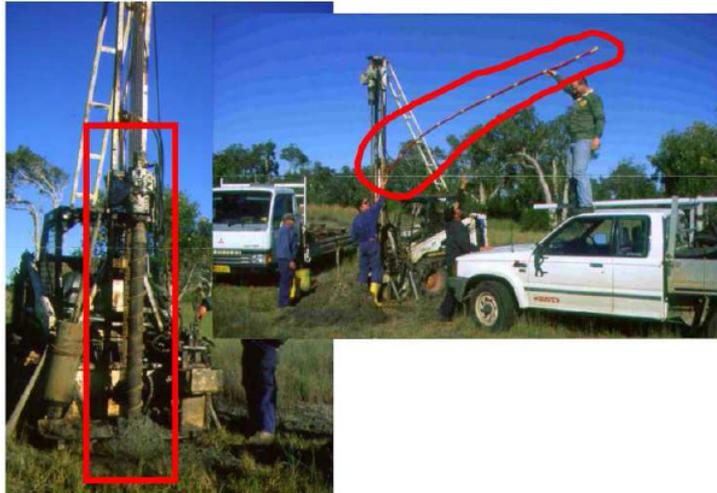
- **Notion de perte de charge**
 - écoulement d'un fluide parfait (incompressible et non visqueux)
 - la charge reste constante entre 2 points le long de l'écoulement*
 - l'eau a une viscosité non nulle
 - *interaction de l'eau avec les grains du sol*
 - *dissipation d'énergie ou de charge*
 - perte de charge entre 2 points le long de l'écoulement*
 - exemple : soit la charge h_1 au point M et la charge h_2 au point N
 - si $h_1 = h_2 \longrightarrow$ pas d'écoulement et nappe phréatique en équilibre
 - si $h_1 > h_2 \longrightarrow$ écoulement de M vers N et perte de charge ($h_1 - h_2$)
- ↓
énergie perdue par frottement
- charge de position : par rapport à une référence
 - charge de pression d'eau : hauteur d'eau dans un tube piézométrique

PIÉZOMÈTRE ET LIGNE PIÉZOMÉTRIQUE

- Les piézomètres « ouverts » sont de simples tubes, enfoncés verticalement, dont on relève le niveau d'eau par la longueur d'un poids (ou un contacteur électrique) au bout d'un fil.
- Il existe bien entendu des systèmes plus sophistiqués utilisant un capteur de pression en bout de tube.



PIÉZOMÈTRE ET LIGNE PIÉZOMÉTRIQUE



3.1.2- GRADIENT HYDRAULIQUE

- Le gradient hydraulique est un vecteur défini comme l'opposé du gradient de la charge hydraulique h :

$$\vec{i} = -\vec{\text{grad}} h$$

- Il a pour composantes :

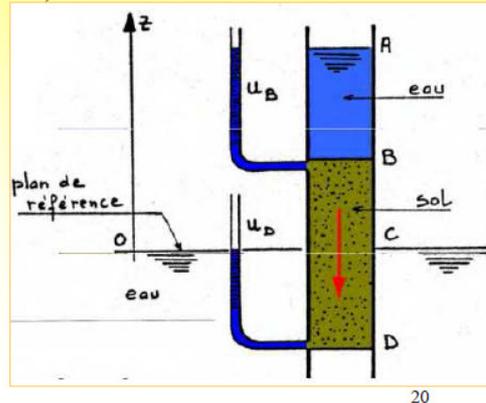
$$i_x = -\frac{\partial h}{\partial x} \quad i_y = -\frac{\partial h}{\partial y} \quad i_z = -\frac{\partial h}{\partial z}$$

3.1.2- GRADIENT HYDRAULIQUE

o Exemple de calcul de gradient

Gradient hydraulique dans le sol (entre B et D)

$$i = \frac{\text{perte de charge}}{\text{longueur traversée}}$$



20

3.1.2- GRADIENT HYDRAULIQUE

o Exemple de calcul de gradient

Gradient hydraulique dans le sol (entre B et D)

$$i = \frac{\text{perte de charge}}{\text{longueur traversée}}$$

- charge au point B

$$h_B = BC + AB = AC$$

- charge au point D

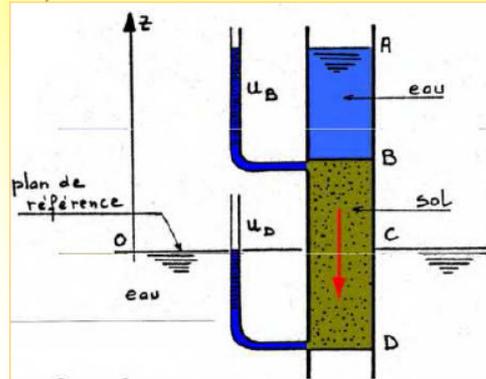
$$h_D = -CD + CD = 0$$

- perte de charge

$$\Delta h = h_B - h_D = AC$$

- gradient hydraulique

$$i = \Delta h / \Delta L = AC / BD$$



20

3.1.3- SURFACE ÉQUIPOTENTIELLES ET SURFACES ISOPIÈZES

- Les surfaces sur lesquelles la **charge hydraulique est constante** sont appelées « **surfaces équipotentiell**es ».
- Les surfaces sur lesquelles la **pression de l'eau est constante** sont appelées « **surfaces isopièzes** ».
- Le vecteur de **gradient hydraulique en un point P** est **normal à la surface équipotentielle** qui passe par ce point.



3.1.4- VITESSES D'ÉCOULEMENT

Vitesse de décharge (ou d'écoulement ou de percolation)

- débit d'eau s'écoulant au travers une surface d'aire totale S (grains + vides)

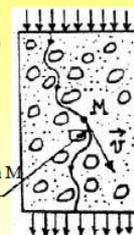
- vitesse fictive ou apparente (utilisée pour les calculs)

➔ Mouvement global du fluide

$$v = \frac{Q}{S}$$

Réalité → l'eau ne circule que dans les vides, entre les grains

Trajectoire réelle et vitesse locale en M



- trajectoires tortueuses

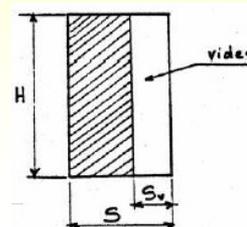
- on définit une vitesse moyenne réelle

en ne considérant que la section des vides

$$v' = \frac{Q}{S_v} = \frac{Q}{n \cdot S} = \frac{v}{n}$$

$$v' \geq v$$

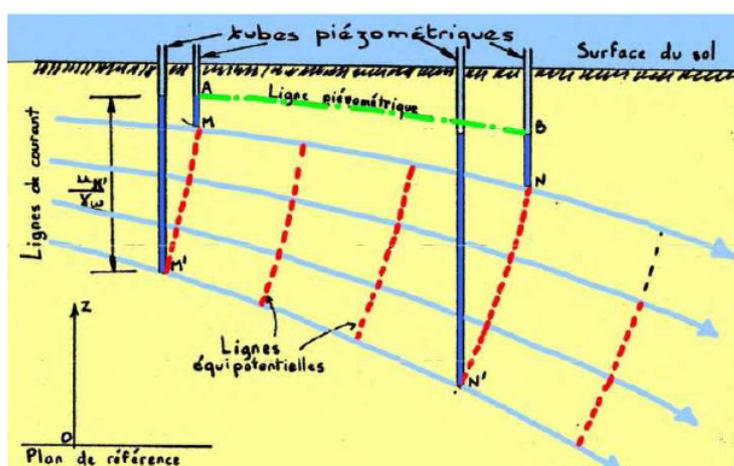
$$V_v = n \cdot V = \underbrace{n}_{\text{porosité}} \cdot \underbrace{S}_v \cdot H$$



3.1.5- LIGNES DE COURANT

- On appelle **ligne de courant** une courbe tangente en chaque point au vecteur vitesse d'écoulement en ce point. Si cette courbe est rectiligne, l'écoulement est dit **linéaire**.

3.1.5- LIGNES DE COURANT



3.2- LOI DE DARCY (1856)

Tracé de la variation du gradient hydraulique dans un sol en fonction de la vitesse ou perte de charge

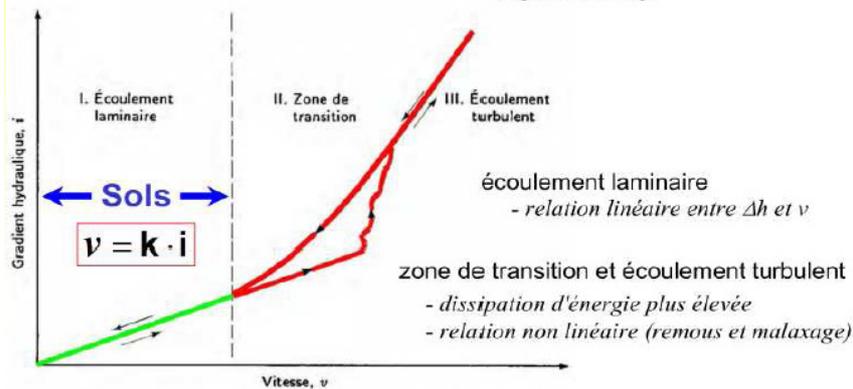


Figure Zones d'écoulement laminaire et d'écoulement turbulent. (D'après Taylor, 1948.)

3.2- LOI DE DARCY (1856)

Autre représentation de la loi de Darcy

$$Q = v \cdot S = k \cdot i \cdot S = k \cdot \frac{\Delta h}{L} \cdot S \quad \text{débit total à travers la surface transversale } S$$

La loi de Darcy a été généralisée par Schlichter au cas d'un écoulement tridimensionnel dans un sol homogène et isotrope, sous la forme :

$$\vec{v} = k \vec{i} = -k \text{ grad } h$$

Dans un sol isotrope, la vitesse d'écoulement est parallèle au gradient hydraulique, lui-même normal aux surfaces équipotentielles de l'écoulement.

Par conséquent, la vitesse d'écoulement est normale aux surfaces équipotentielles.

3.3- COEFFICIENT DE PERMÉABILITÉ

3.3.1- Dimension et valeur

Le coefficient k de la loi de Darcy, appelé « coefficient de perméabilité »

(appelé aussi « **conductivité hydraulique** »)

- comment l'eau circule à travers le sol

- unités de vitesse

- varie beaucoup avec la nature du terrain et l'état du sol 10^{-8} m/s \rightarrow 30 cm/an

- Mesurée en laboratoire ou *in situ*

Type de sol	Gravier	Sables	Limons (silts)	Argiles
k (m/s)	10^0	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}
Méthode de mesure en laboratoire	Perméamètre à charge constante		Perméamètre à charge variable	

k dépend à la fois des caractéristiques du sol et de celles de l'eau.

$$k = \frac{K}{\mu} \gamma_w$$

3.3.2- PERMÉABILITÉ DES MILIEUX STRATIFIÉS

- cas des sols composés de couches superposées (ex: sols sédimentaires)
- au lieu de traiter chacune des couches séparément,
 \rightarrow on définit un terrain fictif homogène



A- ÉCOULEMENT PARALLÈLE AU PLAN DE STRATIFICATION

- perte de charge identique pour toutes les couches

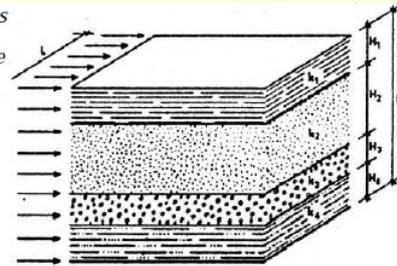
- débit total = somme des débits de chaque couche

• pour une couche j

$$v_j = k_j \cdot i \rightarrow q_j = k_j \cdot i \cdot H_j \cdot L$$

$$\downarrow$$

$$\frac{q_j}{S_j} = \frac{q_j}{H_j \cdot L}$$



A- ÉCOULEMENT PARALLÈLE AU PLAN DE STRATIFICATION

• débit total

$$Q = \sum q_j = i \cdot L \cdot \sum k_j H_j$$

• soit un sol fictif homogène :

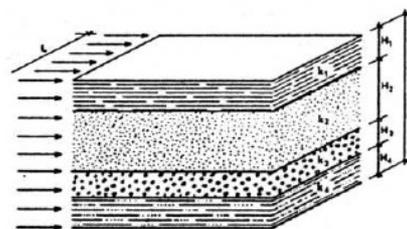
- dimensions identiques
- même débit
- perméabilité k_h

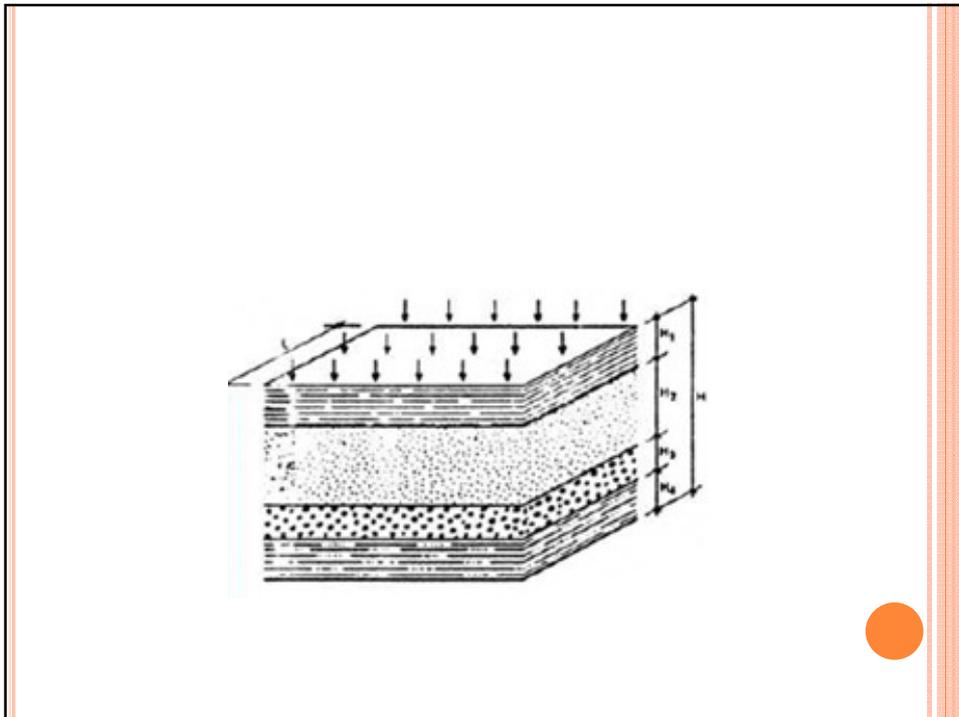
$$v = k_h \cdot i \rightarrow q_h = k_h \cdot i \cdot H \cdot L$$

• Puisque les débits sont les mêmes

$$\cancel{i \cdot L} \cdot \sum k_j H_j = k_h \cdot \cancel{i \cdot H} \cdot \cancel{L}$$

$$k_h = \frac{1}{H} \cdot \sum_{i=1}^n k_i \cdot H_i$$





B- ÉCOULEMENT PERPENDICULAIRE AU PLAN DE STRATIFICATION

- perte de charge totale somme des p.c de chaque couche
- débit identique pour toutes les couches

• pour une couche j

$$v_j = k_j \cdot i_j \rightarrow v = k_j \cdot \frac{\Delta h_j}{H_j}$$

\downarrow
 $\frac{q}{S} \Rightarrow v = \text{cto}$

• perte de charge totale

$$\Delta h = \sum \Delta h_j = v \cdot \sum \frac{H_j}{k_j}$$

• soit un sol fictif homogène :

- dimensions identiques
- même débit
- perméabilité k_v

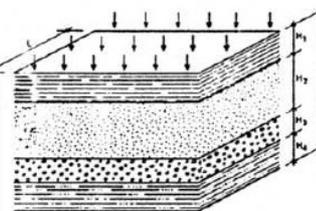
$$v = k_v \cdot i = k_v \cdot \frac{\Delta h}{H} \rightarrow \Delta h = v \cdot \frac{H}{k_v}$$

• Puisque les pertes de charge sont les mêmes

$$\cancel{v} \cdot \frac{H}{k_v} = \cancel{v} \cdot \sum \frac{H_j}{k_j}$$

\rightarrow

$$k_v = \frac{H}{\sum_{i=1}^n \frac{H_i}{k_i}}$$



3.3.3- MESURE DE LA PERMÉABILITÉ EN LABORATOIRE

Principe :

- relier le débit Q traversant un échantillon cylindrique de sol saturé
- à la charge h sous laquelle se produit l'écoulement
- utilisation de la loi de Darcy $v = \frac{Q}{S} = k.i = k \frac{\Delta h}{\Delta L}$

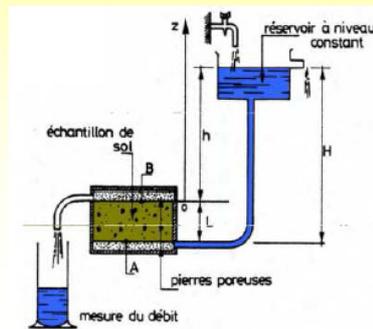
a- Perméamètre à charge constante

pour les sols de grande perméabilité
 $k > 10^{-5}$ m/s \rightarrow sables

$$v = \frac{Q}{S} = k.i = k \frac{\Delta h}{\Delta L} = k \frac{h}{L}$$

$$k = \frac{Q}{S.i} = \frac{Q.L}{S.h}$$

\rightarrow nécessite la mesure d'un débit



B- PERMÉAMÈTRE À CHARGE VARIABLE (POUR LES SOLS DE FAIBLE PERMÉABILITÉ)

$\frac{Q}{S} = k \frac{h}{L}$ | - h variable | pour les sols de faible perméabilité
 - impossibilité de mesurer Q | $k < 10^{-5}$ m/s \rightarrow argile

- volume d'eau qui traverse l'échantillon = diminution du volume d'eau dans le tube

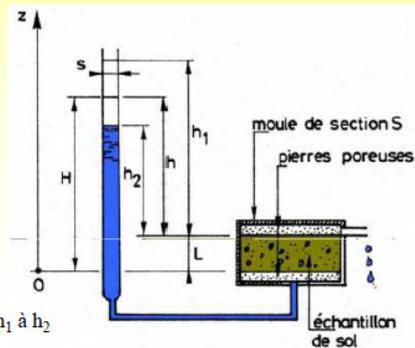
$$dV = Q \cdot dt = -s \cdot dh$$

• en remplaçant Q $S.k \cdot \frac{h}{L} \cdot dt = -s \cdot dh$

• après intégration $k \cdot dt = -\frac{s}{S} \cdot L \cdot \frac{dh}{h}$

$$k = \frac{s}{S} \cdot \frac{L}{t} \cdot \ln \frac{h_1}{h_2}$$

- pas de mesure de débit
- mesure du temps pour que le niveau d'eau passe de h_1 à h_2



4- ÉCOULEMENTS PERMANENTS DANS LES SOLS

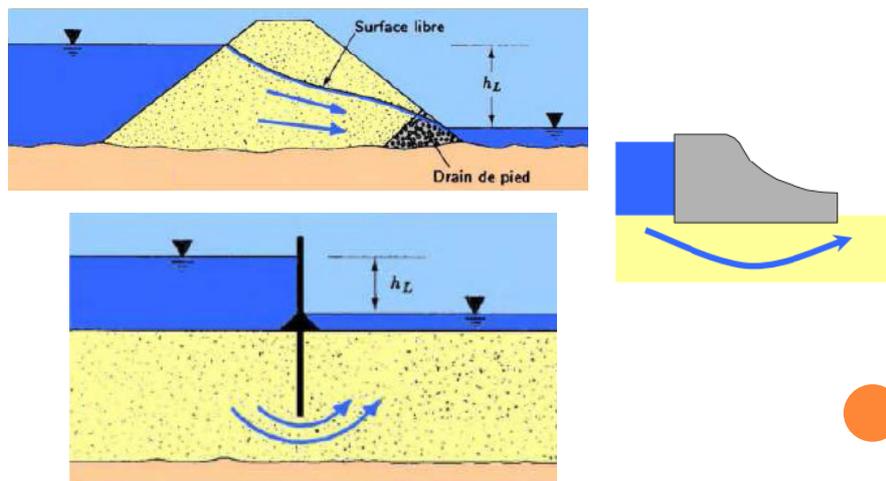
4.1- Objet de l'hydraulique des sols

- **Etudier les réseaux d'écoulement = application importante de l'hydraulique des sols. En effet, que ce soit pour:**
 - - *barrage en terre*
 - - *mur de palplanches (retenue, batardeau)*
 - - *barrage en béton*
- **L'Étude des problèmes d'infiltration d'eau est très importante**



4- ÉCOULEMENTS PERMANENTS DANS LES SOLS

4.1- Objet de l'hydraulique des sols



4.2- ÉCOULEMENT EN MILIEU HOMOGÈNE ET ISOTROPE



Détermination de la charge hydraulique $h(x, y, z)$
en tout point du massif

Hypothèses lors de l'étude de l'écoulement de l'eau dans les sols

- 1- milieu homogène et isotrope (coefficient de perméabilité constant)
- 2- écoulement laminaire et vitesse de l'eau faible
- 3- écoulements régis par la loi de Darcy: $v = \frac{q}{S} = k \cdot i = k \frac{\Delta h}{\Delta L}$
- 4- écoulement permanent

4.2.1- ÉQUATION GÉNÉRALE DE L'ÉCOULEMENT

• Equation fondamentale de l'écoulement

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad \begin{array}{l} \text{équation de Laplace} \\ \text{pertes d'énergie à l'intérieur d'un milieu résistant} \end{array}$$

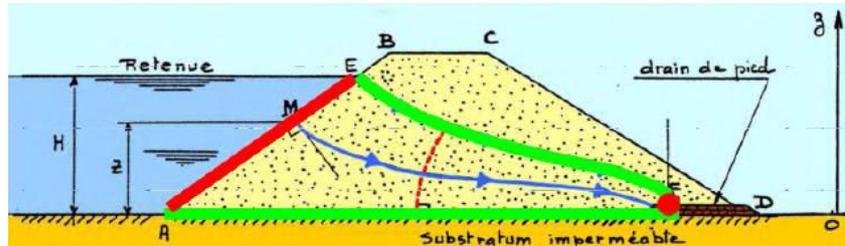
• Solution de l'équation de Laplace

→ lorsque les conditions aux limites sont définies

- cas simples : solution analytique
- cas complexes : méthodes numériques

pour un sol homogène, différentes méthodes
méthode graphique, analogie électrique, fragments...

4.2.2- CONDITIONS AUX LIMITES (EXEMPLE D'UN BARRAGE EN TERRE)



- AF est une surface imperméable
 - aucun débit ne la traverse
 - ligne de courant
- EF est la surface libre
 - aucun débit ne la traverse
 - ligne de courant
- AE est une surface filtrante
 - contact avec l'eau libre (pas de perte de charge)
 - ligne équipotentielle
 - perpendiculaire aux lignes de courant
- en F, $h=0$

→ $h = z$

→ $h = \frac{u_M}{\gamma_w} + z = H$

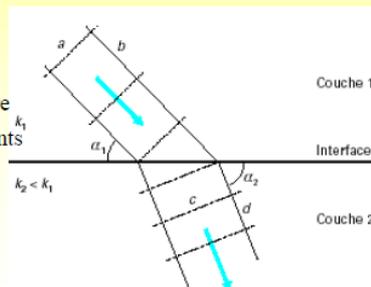
4.2.3- CONDITION DE CONTINUITÉ

Aux interfaces de couches de perméabilités différentes : le débit normal à l'interface est égal dans les deux couches :

$$v_{n1} = v_{n2} \quad \text{ou :} \quad k_{1n} \frac{\partial h_1}{\partial n} = k_{2n} \frac{\partial h_2}{\partial n}$$

Si les sols des deux couches en contact sont isotropes, alors les pentes des lignes de courant de part et d'autre de l'interface sont dans le rapport inverse des coefficients de perméabilité

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{k_2}{k_1}$$



4.3- RÉSEAU D'ÉCOULEMENT (1/4) MÉTHODE GRAPHIQUE

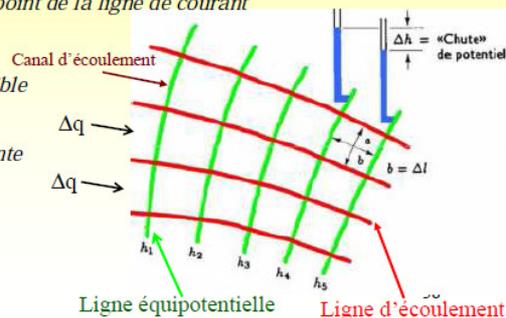
Elle consiste à tracer dans le sol (ou l'ouvrage) un réseau ou un maillage orthogonal délimité par deux types de lignes

- **lignes de courant (ou d'écoulement)**

- cheminement moyen d'une particule d'eau s'écoulant entre 2 points
- vecteur vitesse tangent en chaque point de la ligne de courant

- **lignes équipotentielles**

- ligne sur laquelle l'énergie disponible pour l'écoulement est la même
- ligne où la charge est constante
- l'énergie perdue par l'eau est la même tout le long de cette ligne
- différence entre deux lignes
- perte de charge Δh



4.3- RÉSEAU D'ÉCOULEMENT (2/4) MÉTHODE GRAPHIQUE

- **réseau formé par ces deux types de lignes**

- orthogonale
- quadrilatères curvilignes (formes aussi carrées que possibles)

- **deux lignes de courant : tube de courant**

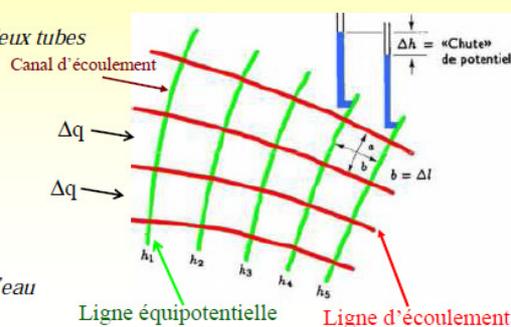
- l'eau circule sans sortir
- débit constant et identique entre deux tubes

- **deux lignes équipotentiels**

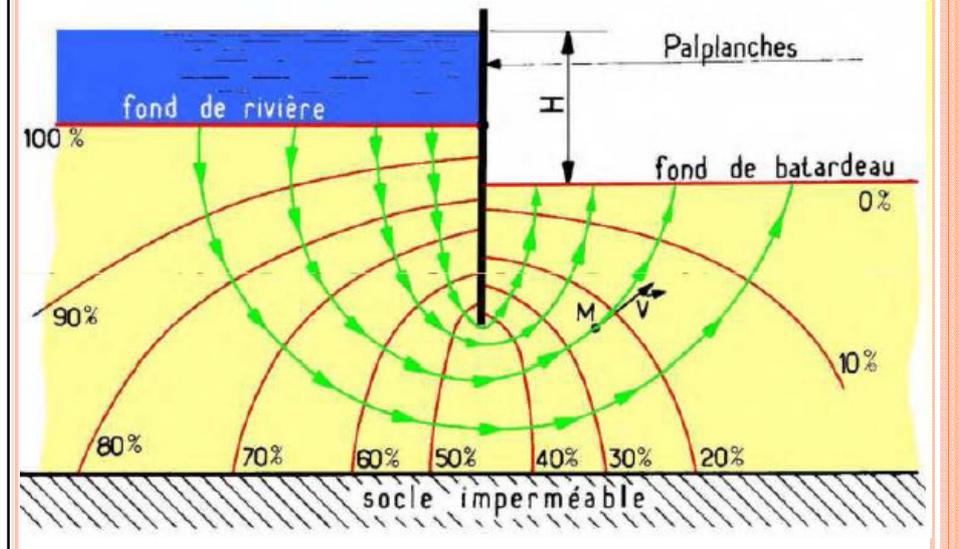
- perte de charge constante

Chaque quadrilatère

- subit la même perte de charge
- est traversé par le même débit d'eau



4.3- RÉSEAU D'ÉCOULEMENT (3/4) MÉTHODE GRAPHIQUE: EXEMPLE



4.3- RÉSEAU D'ÉCOULEMENT (4/4)

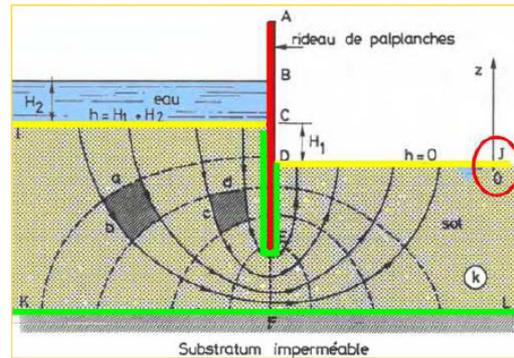
Comment construire un réseau d'écoulement ?

- croquis à main levée
- essais successifs
 - lignes d'écoulement et équipotentielles
 - carrés dont les côtés se coupent à angle droit
- nombre infini de réseaux
 - convergence vers une solution

Exemple d'un barrage



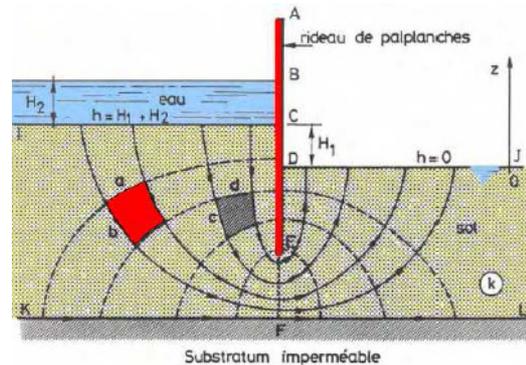
4.3.1- EXPLOITATION DES RÉSEAUX D'ÉCOULEMENT



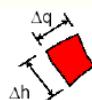
- plan de référence DJ *ligne équipotentielle* ———
- conditions aux limites IC *ligne équipotentielle*
- CEJ *ligne de courant* ———
- KFL *ligne de courant* ———



A) CALCUL DES DÉBITS



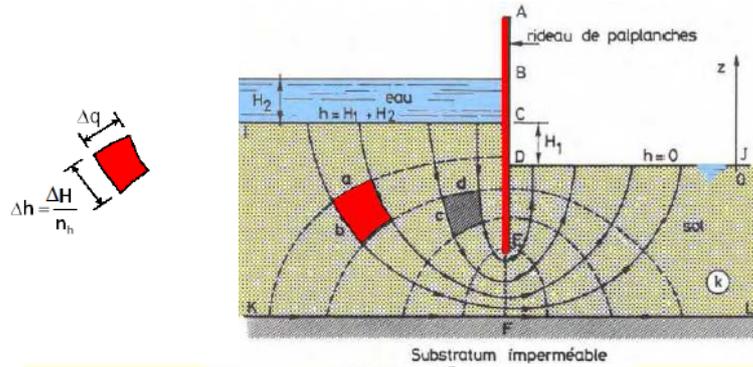
- même débit Δq entre deux lignes de courant voisines
- même perte de charge Δh entre deux équipotentiels voisines



• perte de charge totale = $H_1 + H_2 = \Delta H$
 séparées en n_h intervalles $\rightarrow \Delta h = \frac{\Delta H}{n_h}$



A) CALCUL DES DÉBITS



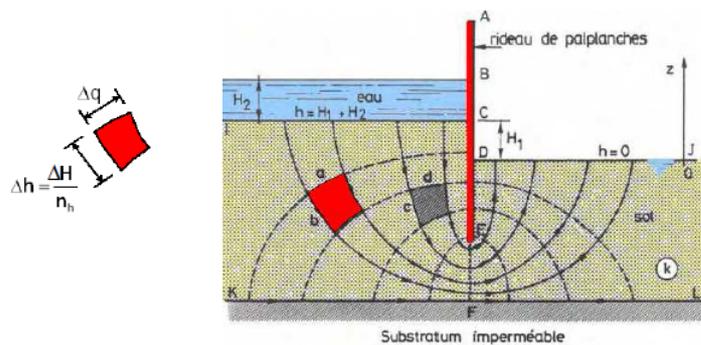
• débit total sous l'ouvrage = $\Sigma \Delta q = n_c \cdot \Delta q = Q$
 avec n_c = nombre de tubes de courant

• application de la loi de Darcy

$$\Delta q = k \cdot S \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \rightarrow Q = n_c \cdot \left(k \cdot S \cdot \frac{\Delta h}{\Delta L} \right) = n_c \cdot k \cdot a \cdot \frac{\Delta H / n_h}{b} = k \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{n_c}{n_h} \cdot \Delta H$$



A) CALCUL DES DÉBITS



Débit total

$$Q = k \cdot \frac{n_c}{n_h} \cdot \Delta H \quad \text{si } a \approx b$$



