Exercice- Transition

Un canal rectangulaire d'une largeur de $b = 20\ m$, a une prodonfeur d'eau de $h = 4\ m$ pour un débit de $Q = 150\ m^3/s$. La construction d'un pont à deux piles va modifier l'écoulement. Si chaque pile a une largeur de $s = 1,0\ m$, déterminez la nouvelle profondeur d'eau sous le pont. Déterminez ensuite la largeur des piles pour un écoulement critique sous le pont.

On admet d'abord que le changement de largeur imposé par les piles, ΔB, se produit à une distance courte et suffisamment progressive pour ne pas entraîner de perte de charge, h_r. La vue en plan des sections d'écoulement est illustrée à la fig. 4.

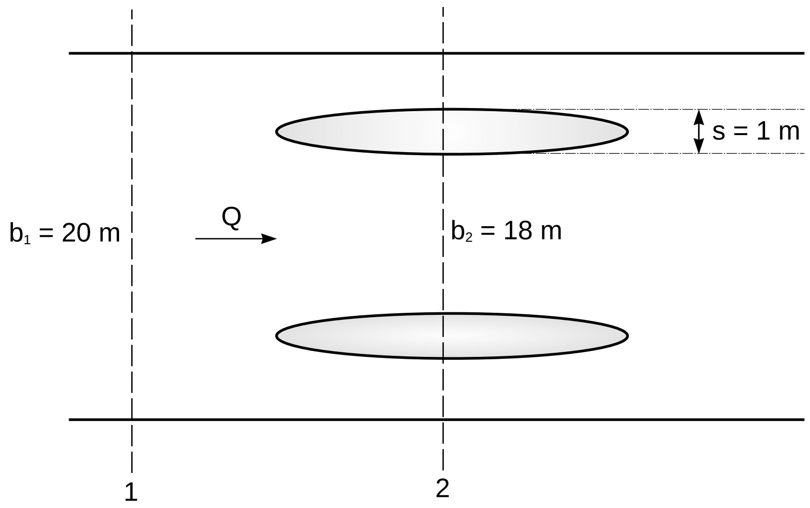

FIG. 4 – Écoulement sous un pont (vue en plan)

L'énergie spécifique étant conservé le long de la transition, on a :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ h_1 + \frac{q_1^2}{2gh_1^2} &= h_2 + \frac{q_2^2}{2gh_2^2} \\ 4 + \frac{(150/20)^2}{2(9,81)(4)^2} &= h_2 + \frac{(150/18)^2}{2(9,81)h_2^2} \\ 4,18 &= h_2 + \frac{3,54}{h_2^2} \end{aligned} \tag{3}$$

L'équation 3 admet trois solutions : $[-0,84,\ 1,07,\ 3,95]$ (voir Fig. 5). On remarque que deux profondeurs positives sont possibles pour l'énergie donnée. On retient la profondeur qui permet un écoulement à la section 2 qui sera dans le même régime (fluvial/torrentiel) que la section 1. Dans le cas présent, c'est la valeur de $\mathbf{3,95\ m}$.

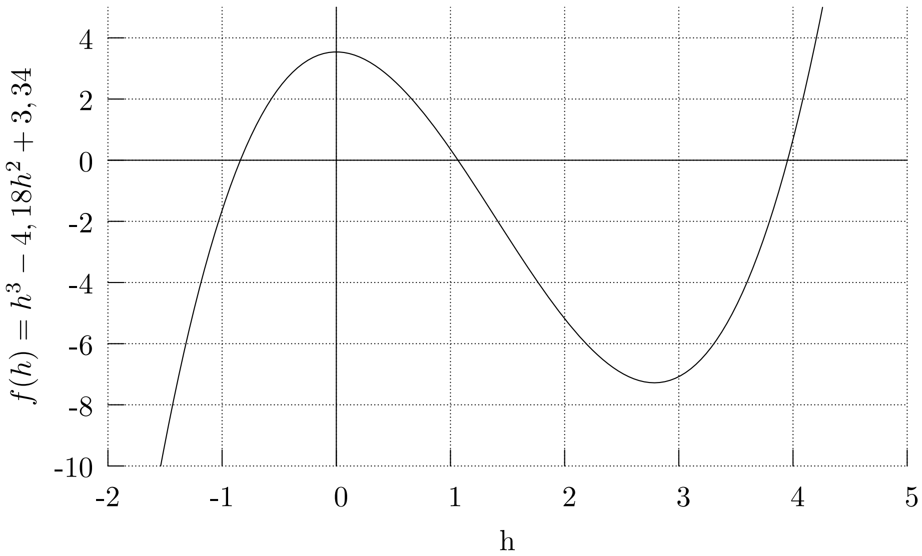

FIG. 5 – Représentation graphique des racines de l'éq. 3

Pour un écoulement critique on pose l'égalité d'énergie spécifique précédente avec $h_2 = h_c$ et b_2 comme inconnue. On sait que pour une section rectangulaire et une énergie donnée, $h_c = 2/3E$. Donc,

$$h_c = 2/3(4,18) = \mathbf{2,79\ m}$$

On pose l'égalité pour la section 2.

$$E_2 = h_2 + \frac{q_2^2}{2gh_2^2}$$

$$4,18 = 2,79 + \frac{(150/b_2)^2}{2(9,81)(2,79)^2}$$

$$\mathbf{b_2 = 10,30}$$

Ainsi, chaque pile devrait avoir **4,85 m** de largeur pour un écoulement critique sous le pont.