ÉCOLE
POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

Département des génies civil, géologique et des mines

CIV4340 - Hydraulique des cours d'eau

TP 3

Octobre 2008

Exercice 1

Calculez la profondeur normale pour les trois cas suivants :

1. **Canal rectangulaire** $\mathbf{(b = 20\ m,\ Q = 100\ m^3/s,\ J_f = 0,003,\ n = 0.02)}$
2. **Canal triangulaire** $\mathbf{(m = 1,\ Q = 50\ m^3/s,\ J_f = 0.003,\ n = 0.013)}$
3. **Canal trapèze** $\mathbf{(b = 300\ m,\ m = 1,\ Q = 2000\ m^3/s,\ J_f = 0.00337,\ n = 0.02)}$

1. Canal rectangulaire

En exprimant la vitesse moyenne par l'équation de Manning-Strickler, le débit dans le canal est :

$$Q = US = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} J_f^{1/2} \tag{1}$$

En introduisant les expressions pour A et R_h :

$$Q = \frac{1}{n} b \left(\frac{b}{b + 2h} \right)^{2/3} \mathbf{h^{5/3}} \sqrt{J_f} \tag{2}$$

On isole ensuite le $h^{5/3}$ de l'équation 2.

$$\left[\frac{Qn}{\sqrt{J_f}} \frac{(b + 2h)^{2/3}}{b^{5/3}} \right]^{3/5} = h \tag{3}$$

Après solution par substitution successive[1] :

[1] Voir le TP # 2 pour une description de la méthode par substitution successive

$$\mathbf{h_n = 1,52\ m}$$

2. Canal triangulaire

Pour une section triangulaire, l'équation de Manning, après substitution de A et R_h, devient :

$$Q = \frac{1}{n} m h^2 \left(\frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}} \right)^{2/3} \sqrt{J_f} \tag{4}$$

On isole ensuite h.

$$h = \left[\frac{Qn}{\sqrt{J_f}} \frac{2^{2/3}(m^2+1)^{1/3}}{m^{5/3}} \right]^{3/8} \tag{5}$$

Comme l'équation 5 est explicite, on obtient de manière expeditive la profondeur normale.

$$\mathbf{h_n = 3,28\ m}$$

3. Canal trapèze

Pour une section trapézoïdale, l'équation de Manning, après substitution de A et R_h, devient :

$$Q = \frac{1}{n} (b+mh) \left(\frac{(b+mh)}{b+2h\sqrt{1+m^2}} \right)^{2/3} \mathbf{h^{5/3}} \sqrt{J_f} \tag{6}$$

On isole ensuite le $h^{5/3}$ de l'équation 6.

$$\left[\frac{Qn}{\sqrt{J_f}} \frac{(b+2h\sqrt{1+m^2})^{2/3}}{(b+mh)^{5/3}} \right]^{3/5} = h \tag{7}$$

Après solution par substitution successive :

$$\mathbf{h_n = 1,65\ m}$$

Exercice 2

Les données d'écoulement fournies au tableau 1 existent aux deux sections A et B d'une rivière, situées à 500 m l'une de l'autre. En utilisant l'hypothèse d'un écoulement uniforme, estimer la valeur du coefficient de frottement de Manning pour ce tronçon de rivière sachant que le débit est de 500 m^3/s

Section	A (m^2)	P (m)	Niveau de la surface d'eau (m)
A	250	150	43,10
B	275	175	42,72

Tab. 1 – Données d'écoulement des sections A et B

Pour un écoulement uniforme, la pente du fond, J_f et la pente de la surface d'eau, J_w sont égales. Donc,

$$J_f = J_w = \frac{43,10 - 42,72}{500} = 0,00076 \tag{8}$$

On pose l'équation de Manning :

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} J_f^{1/2} \tag{9}$$

Comme l'écoulement est permanent, on sait que $dQ/dx = 0$ et par conséquent

$$Q_A = Q_B = Q$$

Donc,

$$\frac{Q}{\sqrt{J_f}} = \frac{A_1 R_1^{2/3}}{n_1} = \frac{A_2 R_2^{2/3}}{n_2} \tag{10}$$

On peut ensuite obtenir n_1 et n_2 individuellement.

$$n_1 = \frac{A_1 R_1^{2/3} \sqrt{J_f}}{Q} = 0,01938 \tag{11}$$

$$n_2 = \frac{A_2 R_2^{2/3} \sqrt{J_f}}{Q} = 0,0205 \tag{12}$$

On estime finalement la coefficient résultant comme étant la moyenne de n_1 et n_2.

$$\mathbf{n_{moy} = \frac{n_1 + n_2}{2} = 0,02}$$

Exercice 3

Calculez la rugosité composée de la section présentée à la Fig. 1.

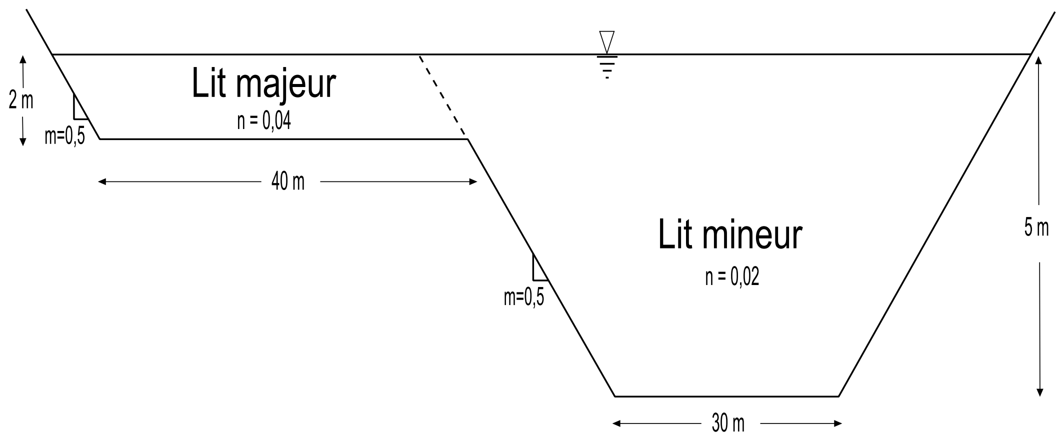

Fig. 1 – Section composée

Comme le perimètre mouillé est non-homogène (les lits ont des rugosités différentes), il faut calculer un coefficient de frottement équivalent pour représenter la rugosité totale de la section. On procède en utilisant l'équation fournie dans Graf, p.82. Les deux périmètres sont décomposés et mesurés (voir Fig. 2).

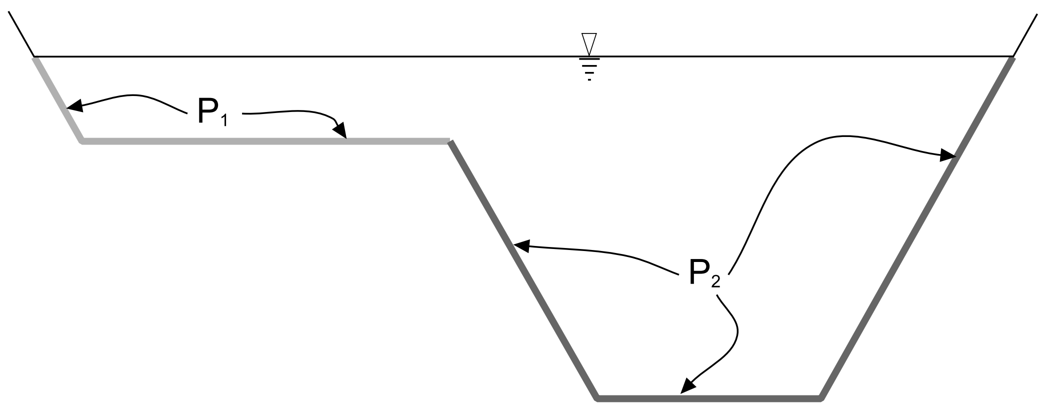

Fig. 2 – Décomposition du périmètre mouillé

$$P_1 = \sqrt{5} + 40 = 42,24\ m$$

$$P_2 = 3,35 + 30 + 5,59 = 38,94\ m$$

$$P = P_1 + P_2 = 81,18\ m$$

Le coefficient de frottement équivalent d'une rugosité composée se calcule par :

$$n = \frac{\left[\sum_{1}^{N} P_i n_i^{3/2}\right]^{2/3}}{P^{2/3}} \tag{13}$$

Donc,

$$n = \left[\frac{P_1 n_1^{3/2} + P_2 n_2^{3/2}}{P}\right]^{2/3}$$

$$\mathbf{n = 0,031}$$

Exercice 4

Un canal rectangulaire très large véhicule un débit unitaire de 2 m^3/s/m. La pente moyenne du fond est de 3 m/km et le coefficient de rugosité de Manning est estimé à 0,02. Calculez :

a) la hauteur uniforme,

b) la hauteur critique,

c) la vitesse critique,

c) la contrainte de cisaillement moyenne exercée par un écoulement normal.

a)

Comme le canal est large, $h = R_h$, et l'équation de Manning s'exprime :

$$Q = \frac{1}{n}(Bh)h^{2/3}J_f^{1/2} \tag{14}$$

On élimine B de l'éq. 14 en divisant des deux côtés.

$$q = \frac{1}{n}(h)h^{2/3}J_f^{1/2} \tag{15}$$

On résout pour h :

$$h_n = \left[\frac{qn}{\sqrt{J_f}}\right]^{3/5} \tag{16}$$

$$\mathbf{h_n = 0,83\ m}$$

b)

Pour une section rectangulaire large :

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \tag{17}$$

$$\mathbf{h_c = 0,74\ m}$$

c)

De par la définition du nombre de Froude et de la profondeur critique on sait que la vitesse moyenne correspondant à la profondeur hydraulique, D_h, est :

$$U_c = \sqrt{gD_{h_c}} \tag{18}$$

Or, pour une section rectangulaire, $D_h = h$, donc,

$$U_c = \sqrt{gh_c} \tag{19}$$

$$\mathbf{U_c = 2,70\ m/s}$$

d)

La profondeur normale a déjà été calculée en a). La contrainte de cisaillement agissant sur les parois de la section est :

$$\tau_0 = \gamma R_h J_f = \rho g h_n J_f \tag{20}$$

$$\tau_0 = \rho g h_n J_f = (999,1)(9,81)(0,83)(0,003)$$

$$\boldsymbol{\tau_0 = 24,4\ N/m^2}$$