

# HYDRAULIQUE DES COURS D'EAU

A. Ramadane, M.ing., Ph.D.  
Filière génie civil

# Contenu

- Canaux et leurs caractéristiques géométriques
- Classifications, répartition de vitesses et de pression
- Équations fondamentales
- Énergie des écoulements à surface libre
- Régime permanent : écoulement uniforme
- Régime permanent : écoulements graduellement variés
- Régime permanent : écoulements brusquement variés
- Régime permanent : écoulements rapidement variés
- Ouvrages de contrôle
- Régime non permanent : De St-Venant, méthodes de résolution
- Régime non permanent : Onde cinématique, diffusive, de crue
- Régime non permanent : Onde de translation

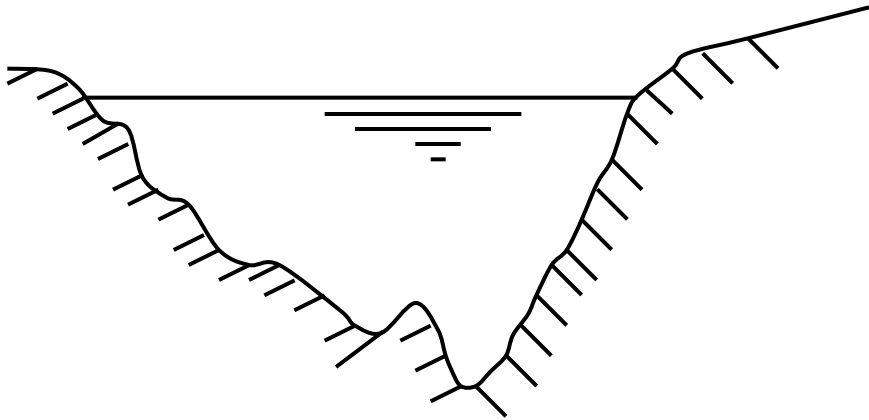
# Canaux et leurs caractéristiques géométriques

A. Ramadane, M. ing., Ph.D.  
Filière génie civil

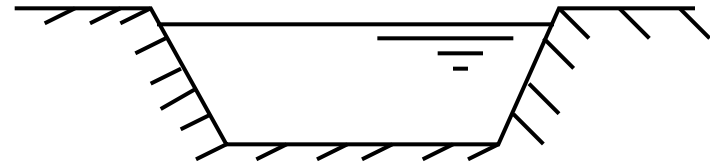
- Canal: système de transport dans lequel l'eau s'écoule et dont la surface libre est à la pression atmosphérique

## Canaux

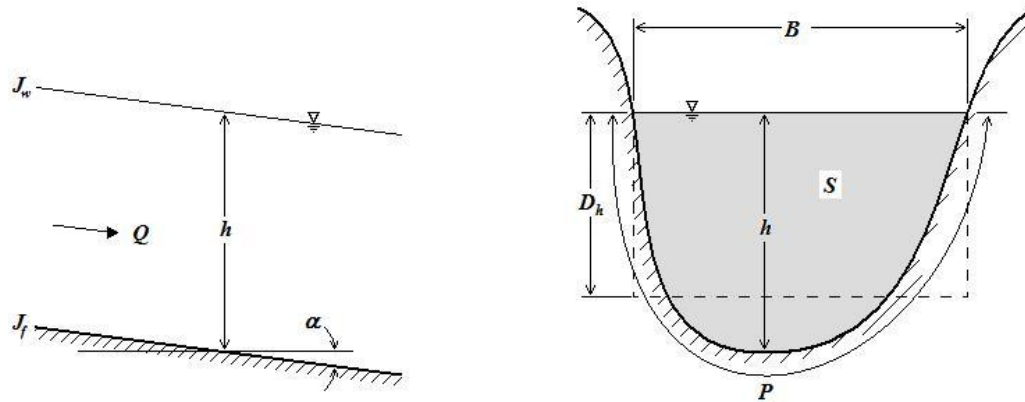
Naturels



Artificiels



# Géométrie des canaux



- Les paramètres suivants sont à retenir :
- Largeur du canal à sa surface libre **B**
- La section d'écoulement ou section mouillée **A**
- Le périmètre mouillé **P**
- Le rayon hydraulique  **$R=A/P$**
- La profondeur hydraulique  **$D = A/B$**
- Profondeur d'eau  $h$ : profondeur maximale (sauf précision).

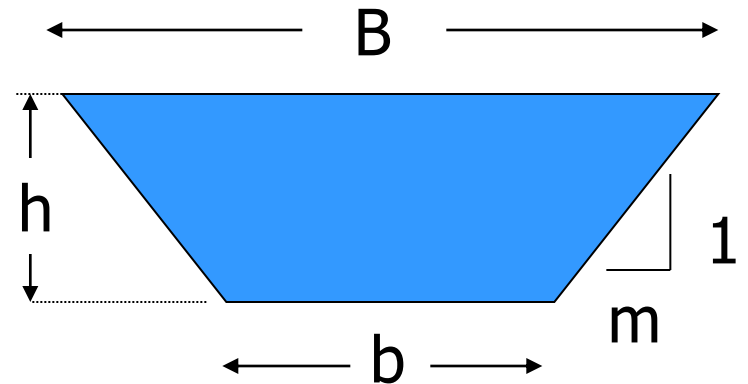
# Canal trapézoïdal

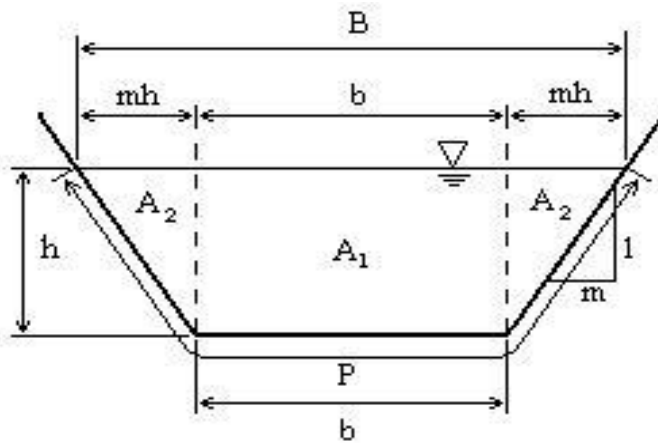
$$B = b + 2mh$$

$$A = (b + mh)h$$

$$P = b + 2h(m^2 + 1)^{1/2}$$

$$R = A / P$$





$$B = b + 2mh$$

$$A = A_1 + 2A_2$$

$$A = bh + 2\left(\frac{(mh)h}{2}\right)$$

$$A = bh + mh^2$$

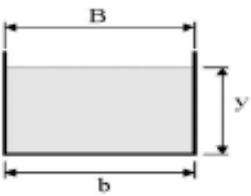
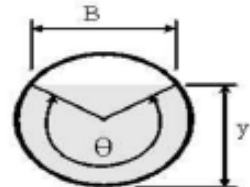
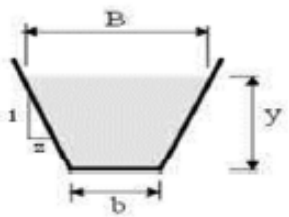
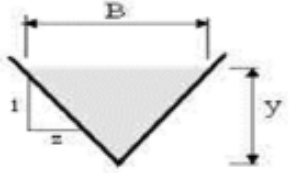
$$A = (b + mh)h$$

$$P = 2\sqrt{(mh)^2 + (h)^2} + b$$

$$P = 2\sqrt{h^2(m^2 + 1)} + b$$

$$P = 2h\sqrt{m^2 + 1} + b$$

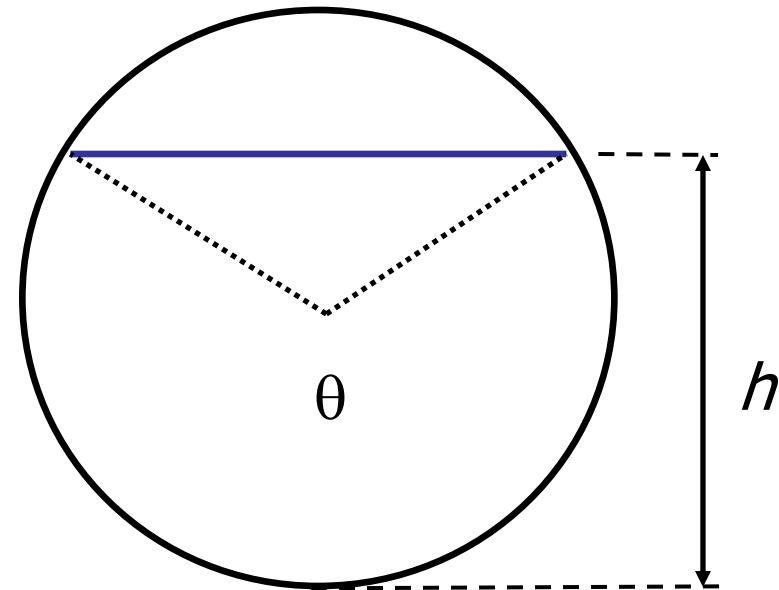
$$R_h = \frac{(b + mh)h}{2h\sqrt{m^2 + 1} + b}$$

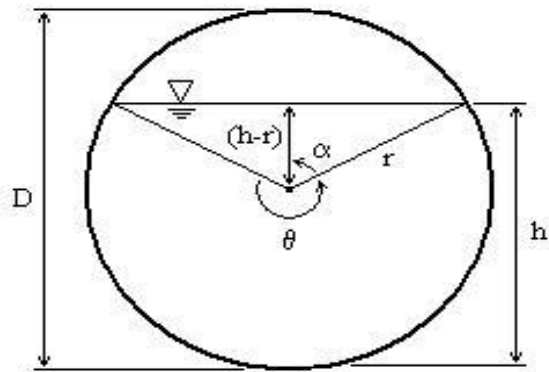
Forme de la section	Section mouillée A	Périmètre mouillé P	Rayon Hydraulique $R_H$	Largeur B
rectangulaire 	$by$	$b + 2y$	$\frac{by}{b + 2y}$	$b$
circulaire 	$\frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta)$	$\frac{\theta D}{2}$	$\frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right)$	$D \sin \frac{\theta}{2}$
trapézoïdale 	$(b + zy) y$	$b + 2y \sqrt{1 + z^2}$	$\frac{(b + zy) y}{b + 2y \sqrt{1 + z^2}}$	$b + 2zy$
triangulaire 	$zy^2$	$2y \sqrt{1 + z^2}$	$\frac{zy}{2 \sqrt{1 + z^2}}$	$2zy$



# Conduite circulaire (diamètre D)

Section partiellement pleine	Section pleine
$\theta = 2 \cos^{-1} \left( 1 - 2 \frac{h}{D} \right)$	$\theta_p = 2\pi$
$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta)$	$A_p = \frac{\pi D^2}{4}$
$P = \frac{\theta D}{2}$	$P_p = \pi D$
$R = \frac{A}{P} = \frac{D}{4} \left( 1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right)$	$R_p = \frac{D}{4}$





$$\cos(\alpha) = \frac{(h-r)}{r} = \frac{h}{r} - 1 = \frac{2h}{D} - 1$$

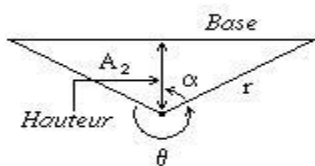
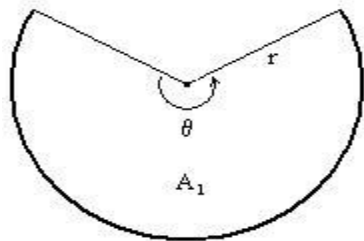
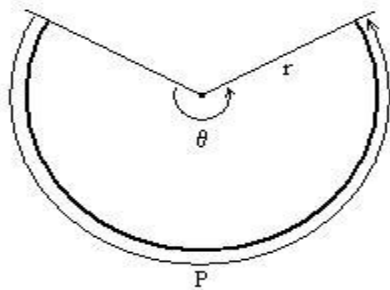
$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{2h}{D} - 1\right)$$

$$\theta = 2\pi - 2\alpha$$

$$\theta = 2\pi - 2 \cos^{-1}\left(\frac{2h}{D} - 1\right) = -2 \cos^{-1}\left(\frac{2h}{D} - 1\right)$$

$$\theta = 2 \cos^{-1}\left(1 - \frac{2h}{D}\right)$$

$$P = \theta r = \frac{\theta D}{2}$$



$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1 = \pi r^2 \left(\frac{\theta}{2\pi}\right) = \frac{\theta r^2}{2} = \frac{\theta D^2}{8} \quad r^2 = \frac{D^2}{4} \quad \alpha = \pi - \frac{\theta}{2}$$

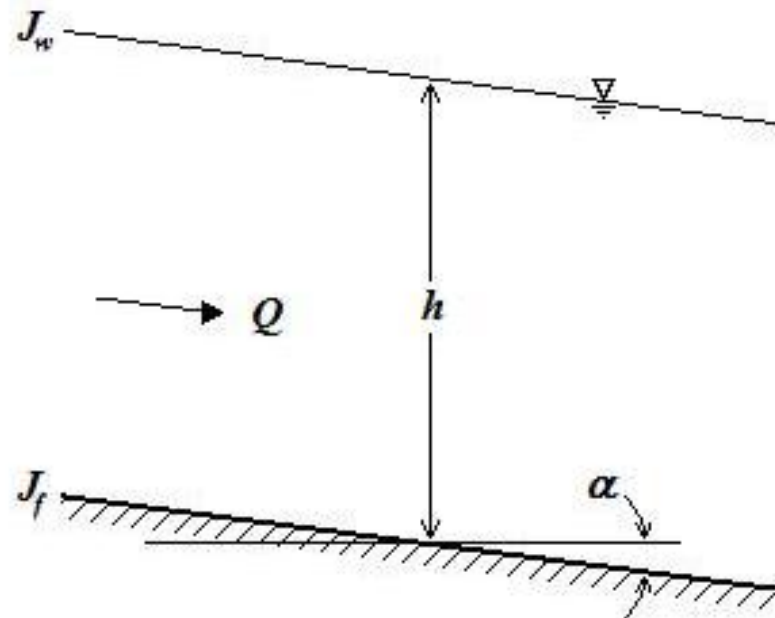
$$\text{Base} = r \sin(\alpha) = r \sin\left(\pi - \frac{\theta}{2}\right)$$

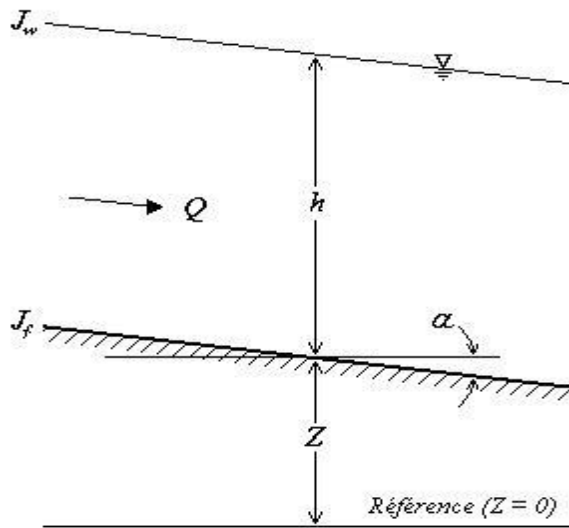
$$\text{Hauteur} = r \cos(\alpha) = r \cos\left(\pi - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$A_2 = 2 \times \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2} = \frac{2r^2 \sin\left(\pi - \frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\pi - \frac{\theta}{2}\right)}{2}$$

En plus des éléments géométriques d'une section, l'étude fluviale prend en compte les pentes longitudinales du canal:

- La pente de fond du canal:  $J_f$ ,
- *La pente piézométrique ou pente de la surface libre:*  
 $J_w$ ,

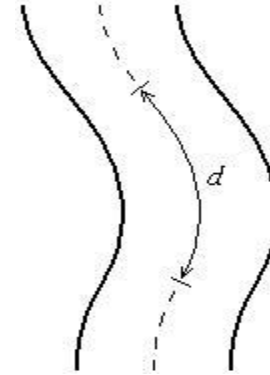




$$J_f = -\frac{\Delta Z}{d} \quad J_w = -\frac{\Delta(Z+h)}{d}$$

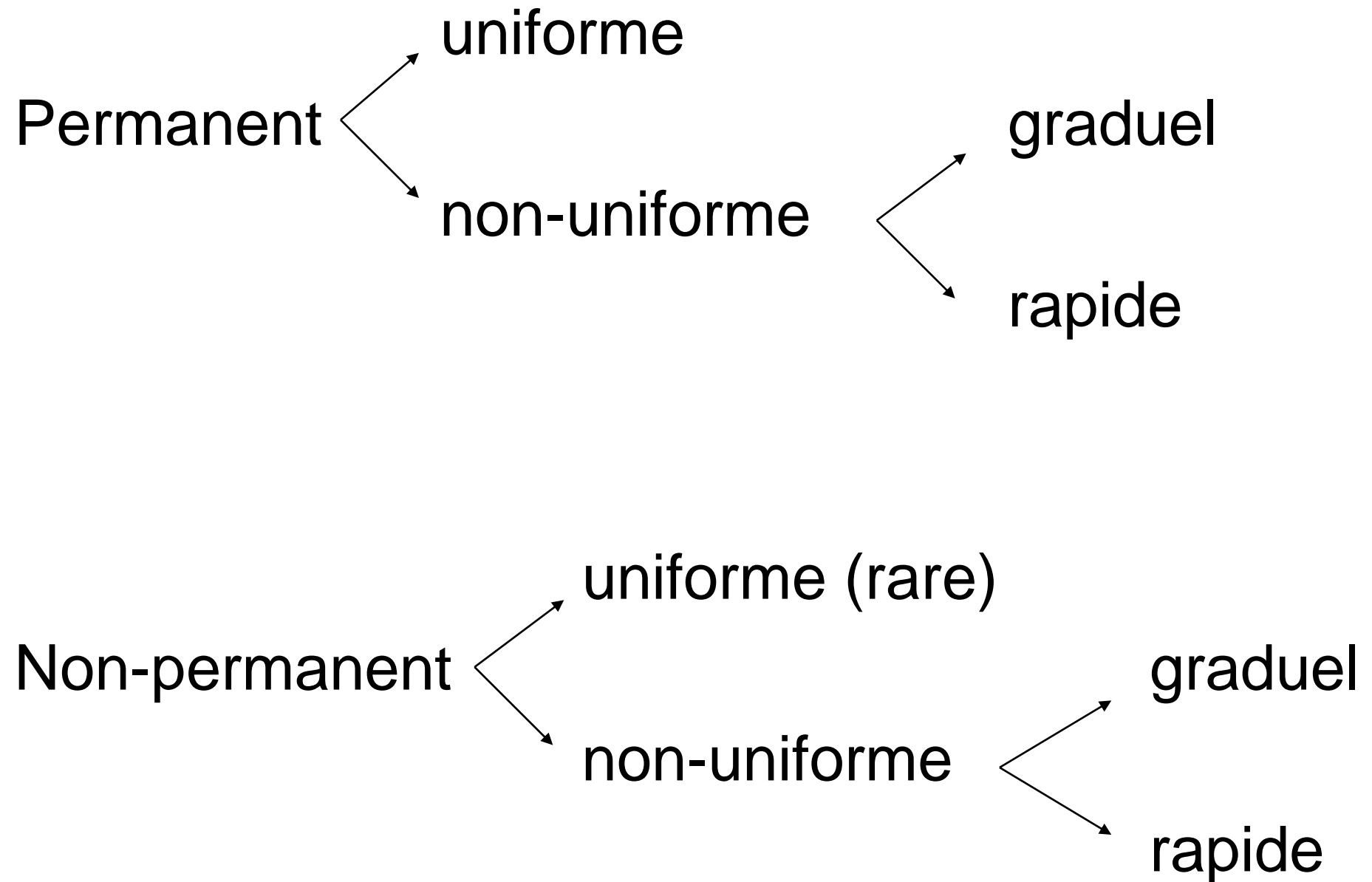
Hypothèse:  $J_f$  très faible ( $10^{-3}$  à  $10^{-4}$ )  $\rightarrow \alpha < 5^\circ$

$$\text{tg}(\alpha) \approx \sin(\alpha)$$



- Par convention, la pente du fond est **définie positive** lorsqu'elle descend dans le sens de l'écoulement.

# Types d'écoulements



• Permanent vs. Non Permanent

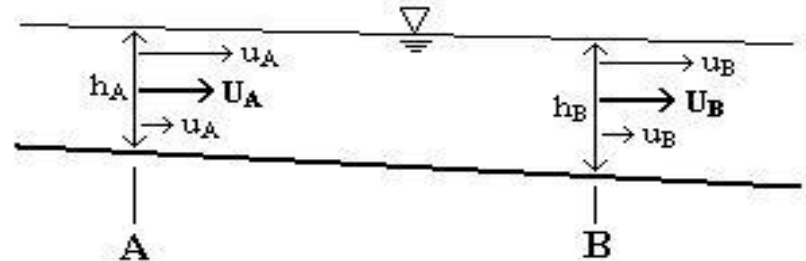
**Permanent** : Témoin posté sur le rivage

Vitesses d'écoulement ponctuelles et moyenne invariables

Profondeur d'eau constante

Sans apport latéral →  $Q = UA$

$$\frac{dU_A}{dt} = 0 \quad \frac{du_A}{dt} = 0 \quad \frac{dh_A}{dt} = 0$$



**Non Permanent** : Inverse de Permanent

En réalité : Écoulements rarement permanent **MAIS**

Si variation temporelle de  $U$ ,  $u$  ou  $h$  faible ou  $dt$  suffisamment court, **possible** de considérer écoulement permanent.

**Uniforme vs. Non Uniforme**

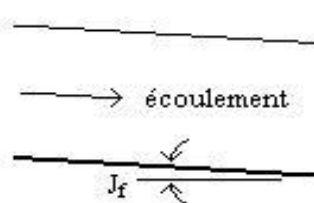
Uniforme : Témoin qui se déplace sur le rivage

Profondeur d'eau constante sur la section examinée

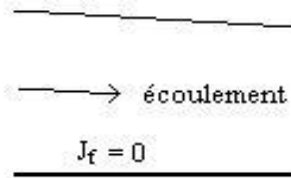
Seulement possible lorsque  $J_f > 0$

Section sans apport latéral →  $Q, B, A, P, R_h$  et  $D_h = \text{const.}$

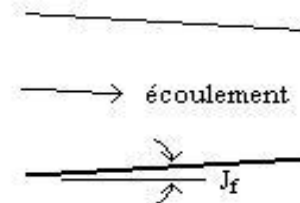
$$\frac{dh}{dx} = 0 \quad J_w = J_f$$



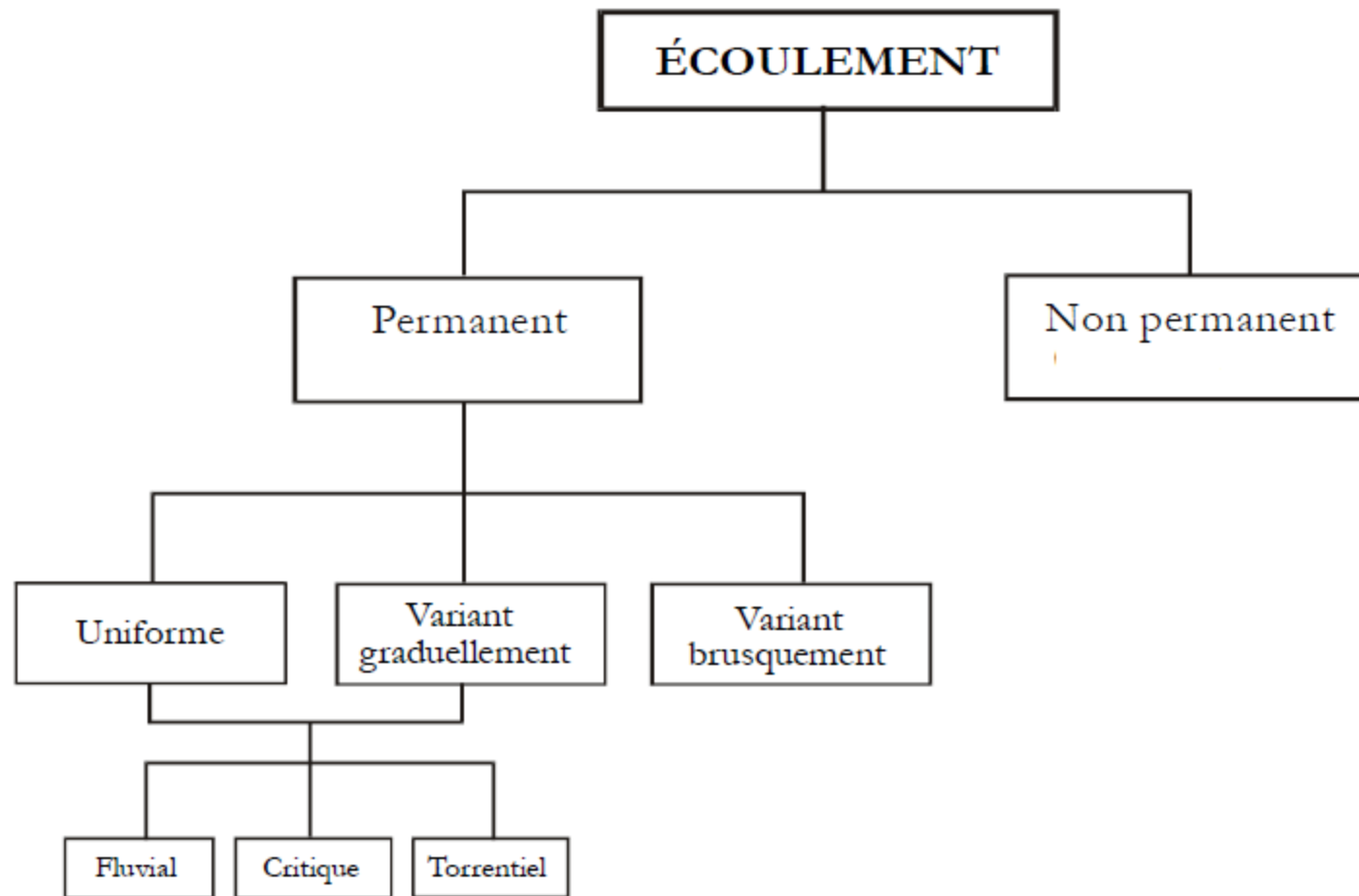
Possible



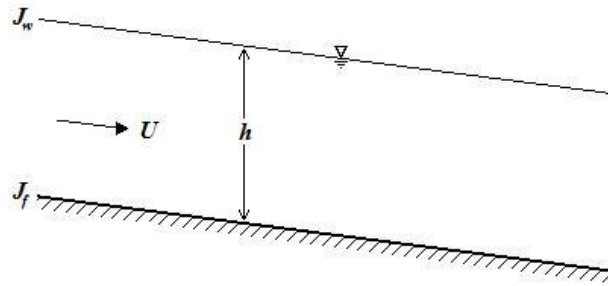
Impossible



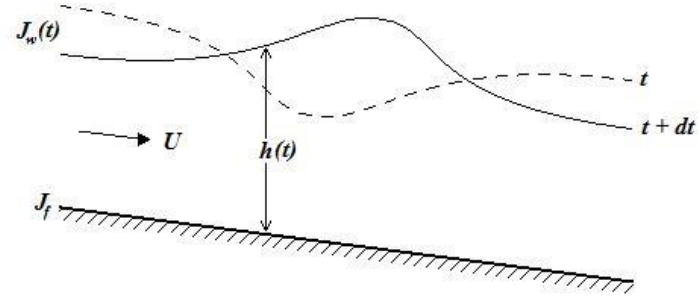
# Classification des écoulements



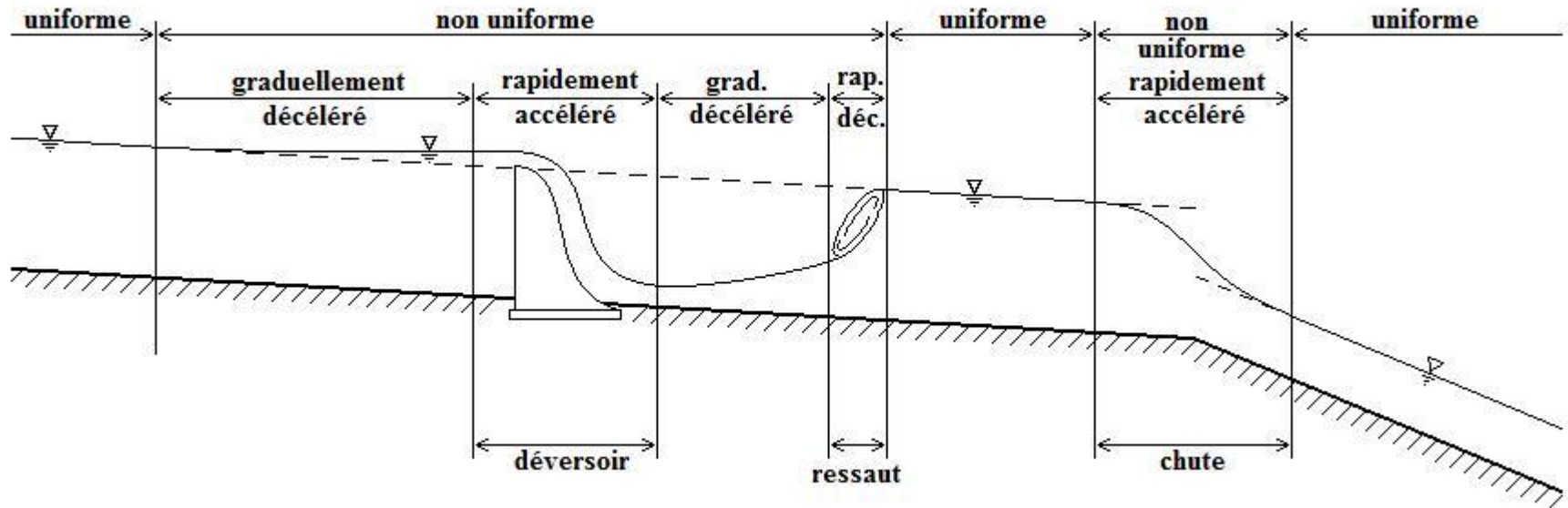
# Types d'écoulements



Permanent

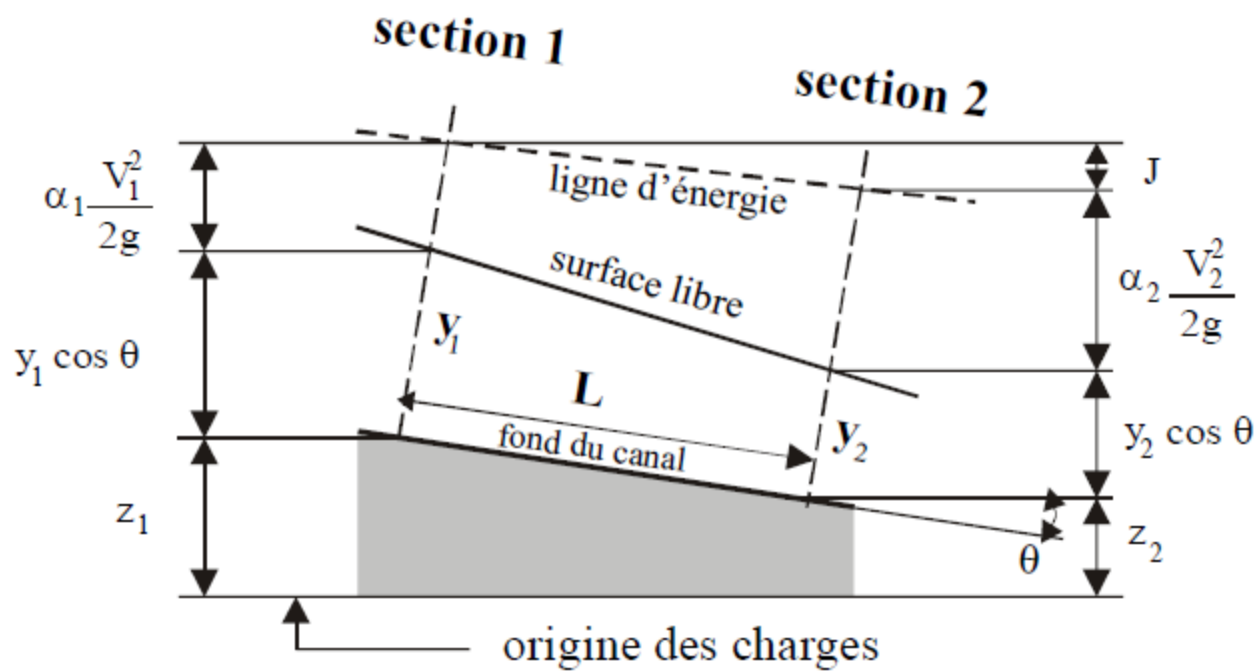


Non Permanent



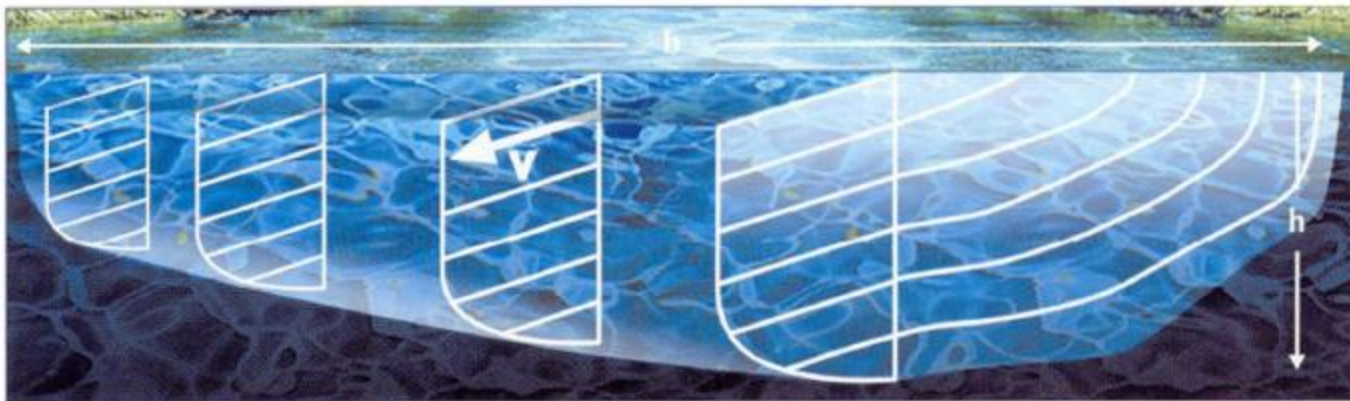


# Pente d'un canal

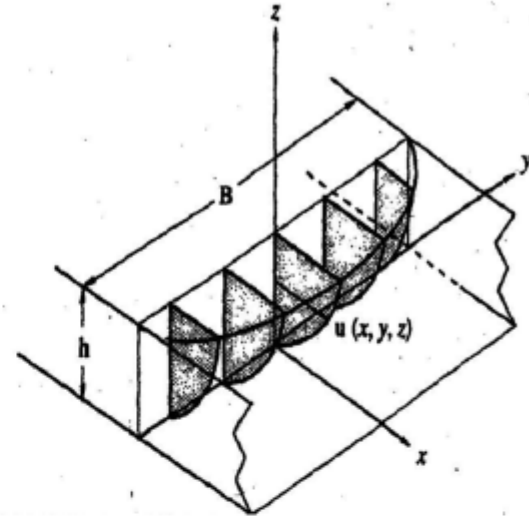


# Dimensionnalité d'un écoulement

- La dimensionnalité est le nombre de coordonnées spatiales indépendantes nécessaires pour décrire les variables de l'écoulement :  $x$  (uni-dim);  $x$  et  $y$  (bi-dim);  $x, y$  et  $z$  (tri-dim).



# Les écoulements à surface libre sont tridimensionnel

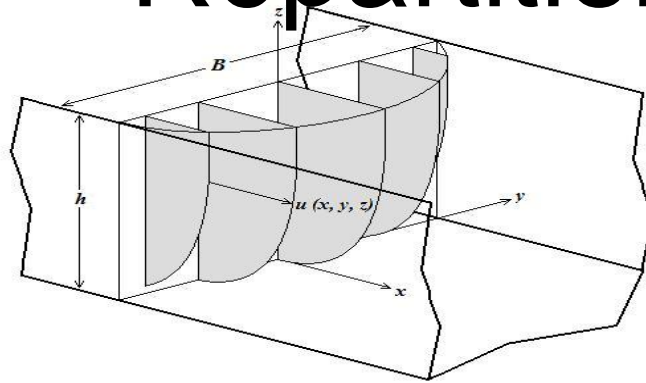


- La vitesse longitudinale est nulle aux berges et elle est maximale au centre, donc elle varie avec  $y$ .
- La vitesse longitudinale est nulle au fond du cours d'eau et elle est maximale légèrement en dessous de la surface libre, donc elle varie avec  $z$ .
- L'écoulement est généralement non uniforme, donc la vitesse longitudinale varie le long de l'écoulement au gré de la pente, et de la rugosité, donc elle varie avec  $x$ .

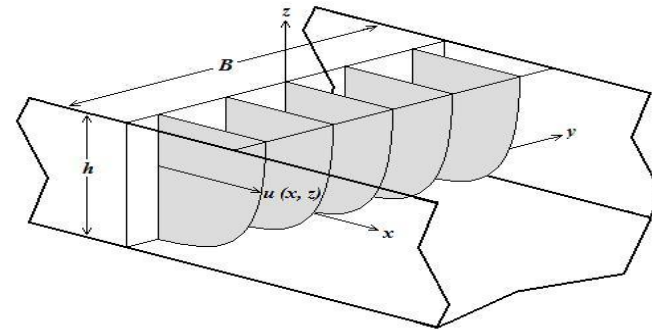
# Directionnalité d'un écoulement

- L'écoulement peut être unidirectionnel, bidirectionnel ou tridirectionnel selon que le vecteur vitesse possède une seule composante ( $v_x$ ), deux composantes ( $v_x$  et  $v_y$ ) ou trois composantes ( $v_x$ ,  $v_y$  et  $v_z$ ).
- D'une manière générale, on considère l'écoulement unidirectionnel dans les tronçons droits de la rivière.

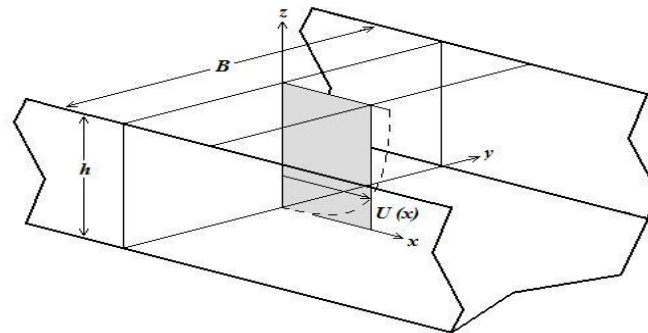
# Répartitions de vitesse



Écoulement 3D  
 $B \leq 3h$



Écoulement 2D  
 $B > 5h$



Écoulement 1D

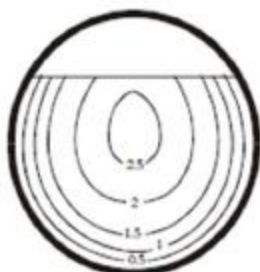
$$U = \frac{1}{h} \int_0^h u dz$$

- Réalité : Répartition de vitesse 3D **MAIS**
- Si  $B > 5h$ , possible d'approximer par répartition 2D
- Si **géométrie simple + régime permanent**, possible d'approximer par répartition 1D.
  
- **\*\*\* Approximations possibles grâce au régime turbulent \*\*\***
  - Vitesses ponctuelles proches de la vitesse moyenne

# Canal prismatique

- Un canal prismatique est un canal dont la pente et la géométrie de la section restent constantes dans la direction longitudinale du canal.
- Les cours d'eau naturels peuvent rarement être considérés prismatiques.

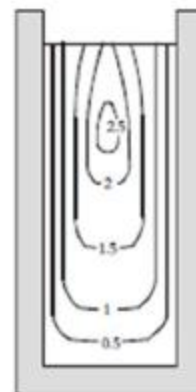
# Variation de la vitesse dans une section transversale



Conduite à section circulaire



Fossé peu profond



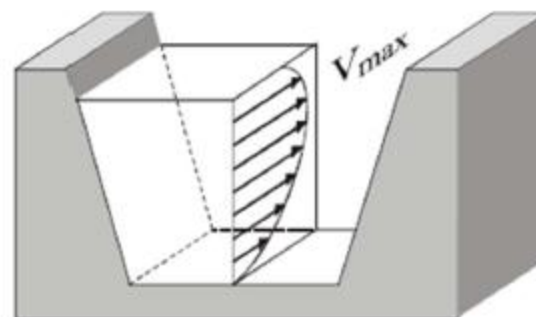
Section rectangulaire étroite



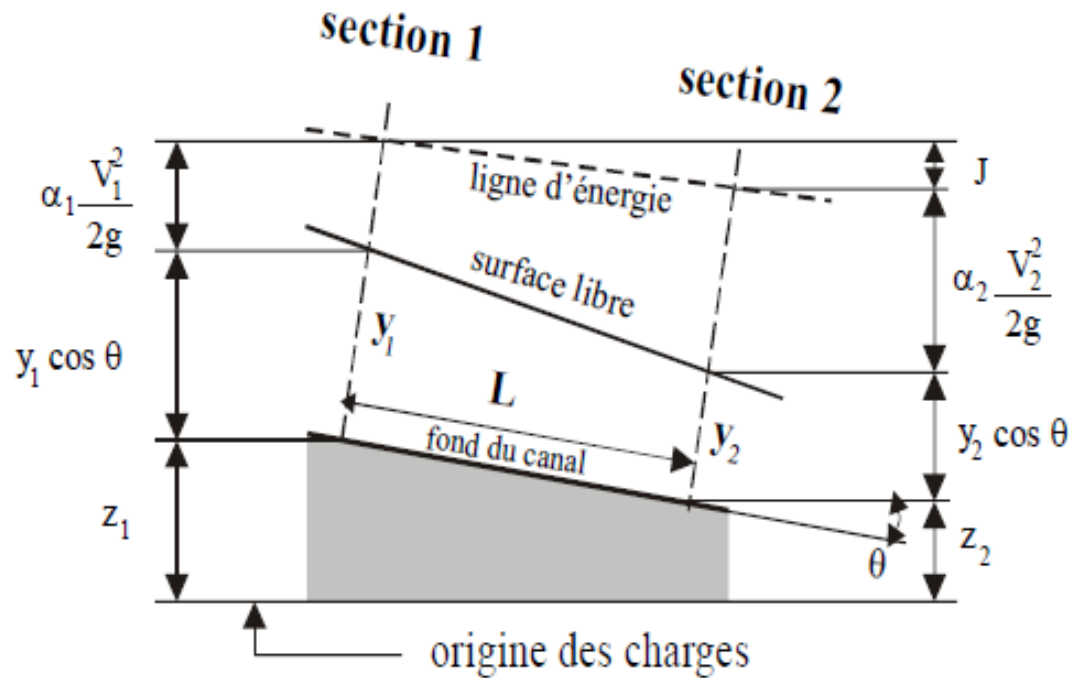
Canal à section triangulaire



Canal à section trapézoïdale

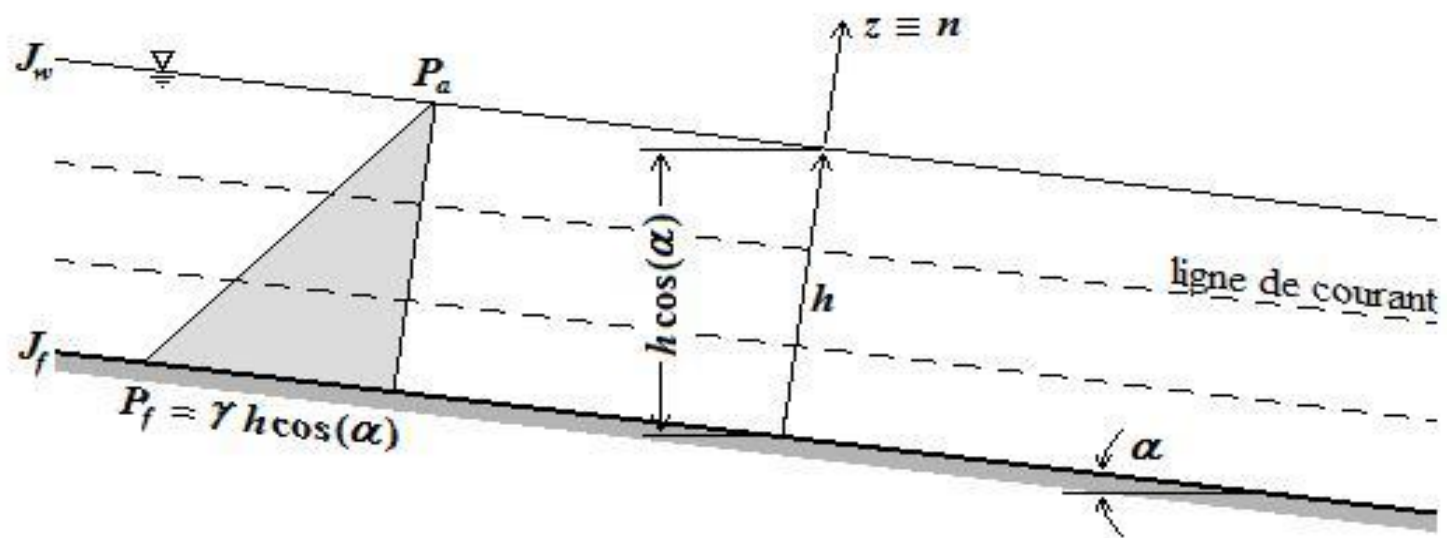


## Équation d'énergie pour les écoulements à surface libre



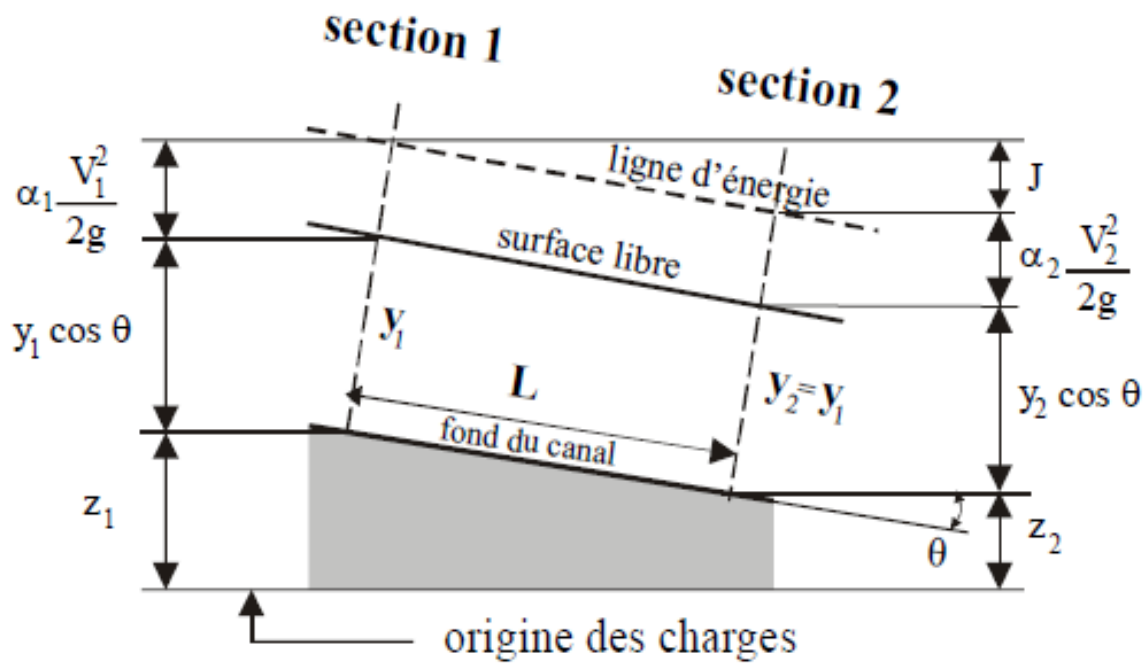
$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + J$$





Écoulement uniforme

# Écoulement uniforme



$$S_f = \frac{J}{L} = \sin \theta$$

·  $\sin(\theta) \approx \tan(\theta) \approx S_0$ , et donc que  $S_f = S_0$  en écoulement uniforme.

# Équation de Manning

$$V = \frac{1}{n} R_H^{2/3} S_f^{1/2}$$

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S_f^{1/2}$$

Description du canal	Valeurs de n		
	minimum	normale	maximum
<b>CONDUITES FERMEES PARTIELLEMENT PLEINES</b>			
Métalliques			
Laiton lisse	0,009	0,010	0,013
Acier soudé	0,010	0,012	0,014
Acier riveté	0,013	0,016	0,017
Fonte enduite	0,010	0,013	0,014
Fonte brute	0,011	0,014	0,016
Fer forgé	0,012	0,014	0,015
Fer forgé galvanisé	0,013	0,016	0,017
Tôle ondulée, drain inférieur	0,017	0,019	0,021
Tôle ondulée, drain pluvial	0,021	0,024	0,030
Non métalliques			
Lucite	0,008	0,009	0,010
Verre	0,009	0,010	0,013
Ciment à surface finie	0,010	0,011	0,013
Ciment : mortier	0,011	0,013	0,015
Béton : ponceau droit et propre	0,010	0,011	0,013
Béton : avec coudes, connexions et quelques débris	0,011	0,013	0,014
Béton fini	0,011	0,012	0,014
Béton : égout droit avec regards etc.	0,013	0,015	0,017
Béton non fini, coulé dans des formes d'acier	0,012	0,013	0,014
Béton non fini, coulé dans des formes en bois lisse	0,012	0,014	0,016
Béton non fini, coulé dans des formes en bois rugueux	0,015	0,017	0,020
Bois : douve	0,010	0,012	0,014
Bois : laminé, traité	0,015	0,017	0,020
Terre cuite : tuile commune de drainage	0,011	0,013	0,017
Terre cuite : égout vitrifié	0,011	0,014	0,017
Terre cuite : égout vitrifié avec regards etc.	0,013	0,015	0,017
Terre cuite : drain vitrifié avec joints ouverts	0,014	0,016	0,018
Briques émaillées	0,011	0,013	0,015
Briques enduites de mortier de ciment	0,012	0,015	0,017
Égouts sanitaires tapissés de dépôts, avec coudes et connexions	0,012	0,013	0,016
Égout pavé avec fond lisse	0,016	0,019	0,020
Maçonnerie de gravats, cimentée	0,018	0,025	0,030
<b>CANAUX CONSTRUIES OU TAPISSÉS</b>			
Surface métallique			
Acier lisse non peint	0,011	0,012	0,014

## Divers types de problèmes posés en pratique

*Calcul de la profondeur normale*

### ***Application 5.1***

Un canal de section rectangulaire a une largeur  $B = 6\text{m}$  et une pente de  $S_0 = 0,00010$ . Son coefficient de Manning est de  $n = 0,015$ .

De l'eau s'écoule dans ce canal à raison de  $Q = 6,0$  mètres cubes par seconde.

Il faut trouver la profondeur normale  $y$  d'écoulement dans ce canal.

Solution :

Par les équations (5.12) et (5.13) :  $Q = VA = (1/n) AR_H^{2/3} S_0^{1/2}$

$$6\text{m}^3/\text{s} = (1/0,015) 6\text{m} \cdot y [6\text{m} \cdot y / (6\text{m} + 2y)]^{2/3} 0,01$$

soit :

$$1,5 = y [6y / (6 + 2y)]^{2/3} \quad (\text{a})$$

On peut procéder par itérations pour trouver  $y$ .

On peut aussi utiliser les courbes de la figure 5.13. En calculant  $nQ / (S_0^{1/2} b^{8/3}) = 0,075$ , on obtient  $y/b = 0,25$ , soit  $y = 1,5\text{m}$ .

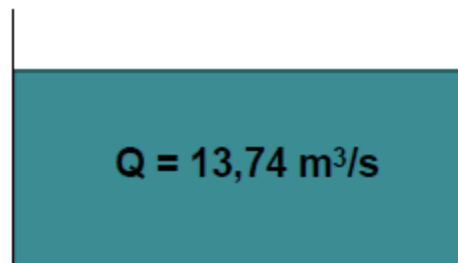
On vérifie en insérant cette valeur de  $y$  dans la formule (a).

## Calcul de la profondeur par manning

Un canal à section rectangulaire fait en béton ( $n = 0,013$ ) a une largeur de  $B = 5,0\text{m}$  et une pente de  $S_0 = 5 \times 10^{-4}$ . La profondeur normale est  $h_n = 1,0\text{m}$ .

2) Calculer la profondeur pour un débit égal au double du débit trouvé en 1).

$$Q_2 = 13,74 = \frac{B \cdot y_n}{n} \cdot \left( \frac{B \cdot y_n}{B + 2y_n} \right)^{2/3} \cdot S^{1/2}$$



$$13,74 = \frac{5y_n}{0,013} \cdot \left( \frac{5y_n}{5 + 2y_n} \right)^{2/3} \cdot 0,0005^{1/2}$$

$$5y_n \cdot \left( \frac{5y_n}{5 + 2y_n} \right)^{2/3} - 7,99 = 0$$

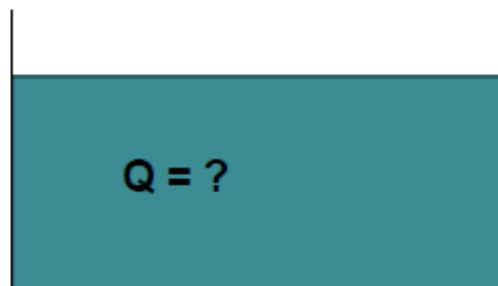
$$y_n = 1,62\text{m}$$

## Calcul du débit par l'équation de manning

Un canal à section rectangulaire fait en béton ( $n = 0,013$ ) a une largeur de  $B = 5,0\text{m}$  et une pente de  $S_0 = 5 \times 10^{-4}$ . La profondeur normale est  $h_n = 1,0\text{m}$ .

1) Calculer le débit d'écoulement.

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S^{1/2}$$



$$R_H = \frac{B \cdot h_n}{B + 2h_n} = \frac{5 \cdot 1}{5 + 2 \cdot 1} = \frac{5}{7}$$

$$Q = \frac{5 \cdot 1}{0,013} \left(\frac{5}{7}\right)^{2/3} \cdot (5 \cdot 10^{-4})^{1/2} = \boxed{6,87\text{m}^3/\text{s}}$$



### *Application 5.2*

Un canal ayant une section en forme de trapèze a une largeur au fond  $b = 5,0\text{m}$  et une pente longitudinale  $S_0 = 0,2\%$ . La pente des berges est  $Z = 1,0$ . Le coefficient de Manning est  $n = 0,02$ . Il faut calculer le débit  $Q$  d'écoulement si la profondeur d'eau ne doit pas dépasser  $y = 1,0\text{m}$ . Il faut aussi déterminer la vitesse correspondante.

D'après le tableau 5.1, pour une section trapézoïdale :

$$R_H = \frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}} = \frac{(5m+1 \times 1m) \times 1m}{5m+2 \times 1m\sqrt{1+(1m)^2}} = 0,766m$$

D'après (5.12) :

$$V = \frac{1}{n} R_H^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{0,02} (0,766m)^{2/3} (0,002)^{1/2} = 1,87m/s$$

Cette vitesse est supérieure à la vitesse minimale pour éviter la sédimentation (environ 0,5m/s) mais elle risque d'être supérieure à la vitesse maximale qui provoque l'érosion (environ 1,2m/s). La valeur de la vitesse maximale dépend du matériau de la paroi et de la nature de l'effluent.

D'après le tableau 5.1, pour une section trapézoïdale :

$$A = (b+zy)y = (5m+1 \times 1m) \cdot 1m = 6,0m^2$$

Le débit est  $Q = V \cdot A = 1,87m/s \cdot 6,0m^2 = 11,23m^3/s$

### *Calcul des dimensions d'un canal*

Il s'agit d'un problème de conception proprement dit. En effet, le plus souvent le débit est fixé par les besoins et la disponibilité de la ressource. La pente est imposée car elle égale a priori la pente du terrain de pose. La rugosité de la conduite est dictée par le choix du matériau relié au type de projet. En utilisant toutes ces données, l'ingénieur doit trouver les dimensions économiques de l'ouvrage qui respectent certaines contraintes de fonctionnement.

#### ***Application 5.4***

Un canal à section rectangulaire doit transporter un débit  $Q = 0,40\text{m}^3/\text{s}$  sans dépasser une profondeur  $y = 0,60\text{m}$ . Le canal, dont le coefficient de Manning est  $n = 0,016$ , est installé selon une pente  $S_0 = 0,05\%$ . Il faut déterminer la largeur minimale  $B$  que l'on doit donner à ce canal.

La section du canal est  $A = 0,60\text{m} \cdot B$ .

Le périmètre mouillé est  $P = 2 \cdot 0,60\text{m} + B$

Le rayon hydraulique est :

$$R_H = A / P = (0,60\text{m} \cdot B) / (2 \cdot 0,60\text{m} + B)$$

D'après l'équation de Manning (5.13) :

$$0,40\text{m} = \frac{B \cdot 0,60\text{m}}{0,016} \left( \frac{B \times 0,60\text{m}}{B + 2 \times 0,60\text{m}} \right)^{2/3} \cdot (0,0005)^{1/2}$$

Soit

$$0,67\text{m} = \frac{B^{5/3}}{(B + 1,2\text{m})^{2/3}}$$

On trouve par itérations :  $B = 1,1\text{m}$ .

## Cas de la conduite circulaire coulant pleine

$$V_p = \frac{0,3969}{n} D^{2/3} S_f^{1/2}$$

$$Q_p = \frac{0,3117}{n} D^{8/3} S_f^{1/2}$$

### ***Application 5.5***

Une conduite d'égout de longueur  $L = 100,0\text{m}$  et de diamètre  $D = 0,610\text{m}$  a été installée selon une pente  $S_0 = 0,075\%$ . Cette conduite véhicule un débit  $Q = 0,20\text{m}^3/\text{s}$  avec une profondeur  $y = 0,61\text{m}$ , sans aucune mise en charge.

Trente années après son installation, la conduite n'est plus capable de véhiculer le débit initial de conception sans provoquer une mise en charge  $\Delta H = 0,50\text{m}$  à son entrée.

Il faut calculer les coefficients de Manning initial et final si l'on suppose que l'écoulement à la sortie se fait toujours à surface libre et que les pertes de charge singulières sont négligeables.

Calculons d'abord le coefficient de Manning initial  $n_I$  en utilisant l'équation (5.14) :

$$n_I = 0,3117 \cdot (0,61\text{m})^{8/3} \cdot (0,00075)^{1/2} / 0,2\text{m}^3/\text{s} = 0,0114$$

Pour calculer le coefficient de Manning final  $n_F$ , il faut utiliser la pente de la ligne d'énergie  $S_f$  au lieu de  $S_0$  :

$$S_f = \Delta H/L = 0,50\text{m} / 100\text{m} = 0,005.$$

En utilisant  $S_f$  dans l'équation (5.14), on obtient le nouveau coefficient de Manning :

$$n_F = 0,3117 \cdot (0,61\text{m})^{8/3} \cdot (0,005)^{1/2} / 0,2\text{m}^3/\text{s} = 0,0295$$

On constate que le coefficient de Manning a considérablement augmenté depuis l'installation de la conduite il y a trente ans.

### ***Application 5.6***

Un entrepreneur promet de corriger le problème de la conduite considérée dans l'application 5.5, en la réhabilitant par une méthode de tubage. Cette méthode consiste à introduire, à partir d'un regard, une nouvelle conduite en PVC à l'intérieur de la conduite existante. Malgré un diamètre plus petit ( $D = 0,59\text{m}$ ), l'entrepreneur prétend qu'avec un coefficient de Manning plus faible ( $n = 0,009$  pour le PVC), la mise en charge sera sensiblement diminuée. A-t-il raison?



Selon l'équation (5.15b) pour une conduite pleine :

$$S_f = \left( \frac{0,009 \cdot 0,2 \text{ m}^3/\text{s}}{0,3117 \cdot (0,59 \text{ m})^{8/3}} \right)^2 = 0,00055$$

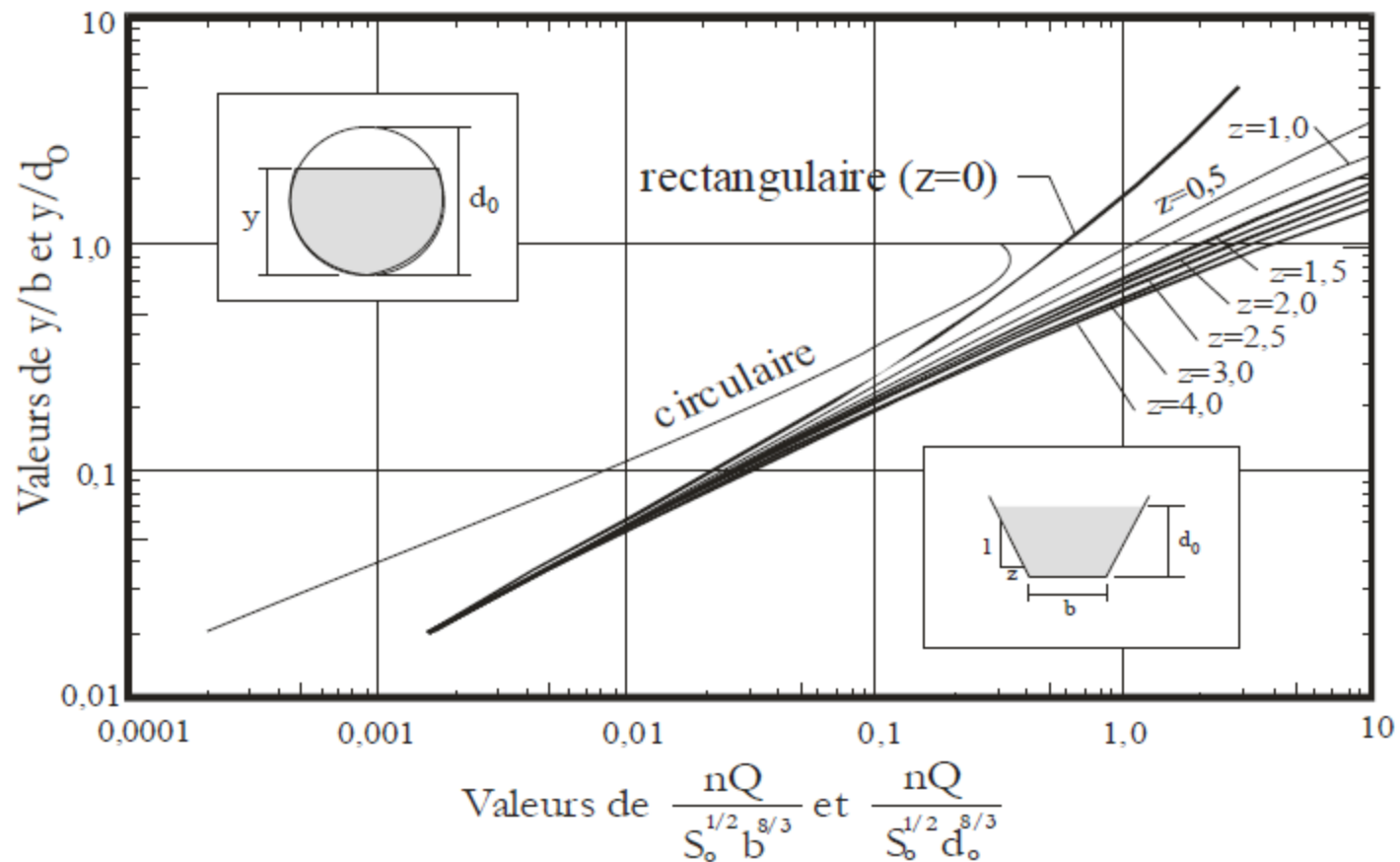
Comme  $S_f < S_0$ , la pente de la ligne d'énergie est plus faible que la pente de la conduite et l'écoulement sera à surface libre. L'entrepreneur a donc raison.

Une autre façon de faire les calculs consiste à obtenir la nouvelle capacité de la conduite pleine mais à surface libre. Utilisant  $S_0$  dans (5.14) :

$$Q = \frac{0,3117}{0,009} (0,59 \text{ m})^{8/3} \cdot (0,00075)^{1/2} = 0,232 \text{ m}^3/\text{s}$$

La capacité de la conduite réhabilitée étant supérieure au débit de conception  $Q = 0,20 \text{ m}^3/\text{s}$ , la conclusion précédente est confirmée.

# Calcul de la profondeur normale

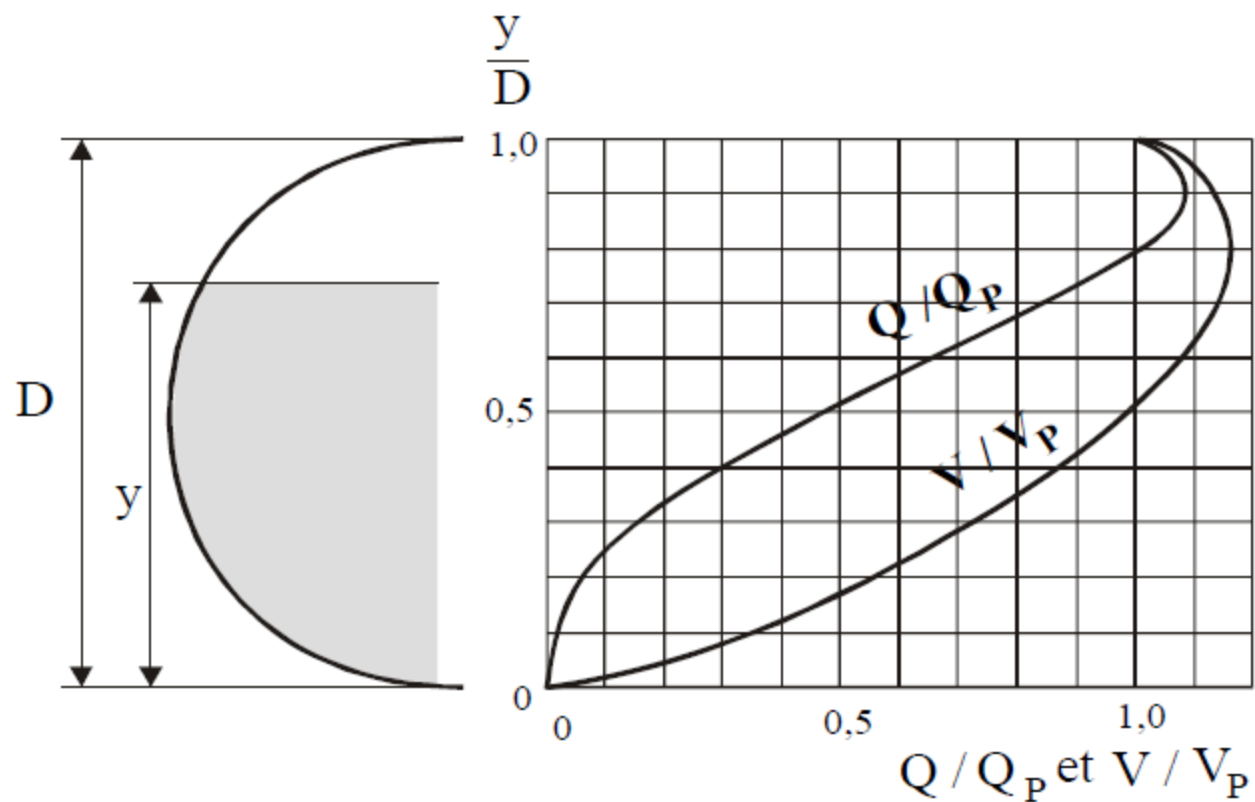


## Cas de la conduite circulaire coulant partiellement pleine

$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{A_p}$	$\frac{R_H}{R_{Hp}}$	$\frac{V}{V_p}$	$\frac{Q}{Q_p}$
0,05	0,0187	0,1302	0,2569	0,0048
0,10	0,0520	0,2541	0,4011	0,0209
0,15	0,0941	0,3715	0,5168	0,0486
0,20	0,1424	0,4824	0,6151	0,0876
0,25	0,1955	0,5865	0,7007	0,1370
0,30	0,2523	0,6838	0,7761	0,1968
0,35	0,3119	0,7740	0,8430	0,2629
0,40	0,3735	0,8569	0,9022	0,3370
0,45	0,4346	0,9323	0,9544	0,4165
0,50	0,5000	1,0000	1,0000	0,5000
0,55	0,5635	1,0595	1,0393	0,5857
0,60	0,6265	1,1105	1,0724	0,6718
0,65	0,6880	1,1526	1,0993	0,7564
0,70	0,7476	1,1849	1,1198	0,8372
0,75	0,8045	1,2067	1,1335	0,9119
0,80	0,8576	1,2167	1,1397	0,9775
0,85	0,9059	1,2131	1,1374	1,0304
0,90	0,9480	1,1921	1,1243	1,0658
0,95	0,9813	1,1458	1,0950	1,0745
1,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

**Propriétés géométriques et hydrauliques d'une conduite coulant partiellement pleine**

## Cas particulier de la forme circulaire



# Application

Une conduite d'égout coule à 75% pleine avec un débit de  $0.14 \text{ m}^3/\text{s}$ . Sa pente  $S = 2,1 \cdot 10^{-3}$ .

Il faut trouver le diamètre de cette conduite ( $n = 0,015$ ).

$$h = 0,75 D$$

$$\frac{Q}{Q_p} = 0,91 \Rightarrow$$

$$Q_p = \frac{0,14}{0,91} = 0,154 m^3 / s$$

$$Q_p = \frac{0,3117}{n} D^{8/3} S_f^{1/2}$$

$$0,154 = \frac{0,3117}{0,015} D^{8/3} \cdot 0,002134^{1/2}$$

$$D = 0,5 m$$

$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{A_p}$	$\frac{R_H}{R_{Hp}}$	$\frac{V}{V_p}$	$\frac{Q}{Q_p}$
0,05	0,0187	0,1302	0,2569	0,0048
0,10	0,0520	0,2541	0,4011	0,0209
0,15	0,0941	0,3715	0,5168	0,0486
0,20	0,1424	0,4824	0,6151	0,0876
0,25	0,1955	0,5865	0,7007	0,1370
0,30	0,2523	0,6838	0,7761	0,1968
0,35	0,3119	0,7740	0,8430	0,2629
0,40	0,3735	0,8569	0,9022	0,3370
0,45	0,4346	0,9323	0,9544	0,4165
0,50	0,5000	1,0000	1,0000	0,5000
0,55	0,5635	1,0595	1,0393	0,5857
0,60	0,6265	1,1105	1,0724	0,6718
0,65	0,6880	1,1526	1,0993	0,7564
0,70	0,7476	1,1849	1,1198	0,8372
0,75	0,8045	1,2067	1,1335	0,9119
0,80	0,8576	1,2167	1,1397	0,9775
0,85	0,9059	1,2131	1,1374	1,0304
0,90	0,9480	1,1921	1,1243	1,0658
0,95	0,9813	1,1458	1,0950	1,0745
1,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

# Application

Dans une conduite d'égout à section circulaire de diamètre  $D$ , la profondeur de l'eau est  $h = 0,75D$  lorsque le débit qui y circule est  $Q = 0,14\text{m}^3/\text{s}$ .

Quand la conduite transporte le débit minimum de temps sec  $Q = 0,03\text{m}^3/\text{s}$ , la vitesse d'écoulement est  $V = 0,6\text{m}/\text{s}$ .

Il faut trouver le diamètre de cette conduite, sa pente ainsi que le débit maximum qu'elle peut véhiculer à surface libre ( $n = 0,015$ ).

$$h = 0,75 D \Rightarrow \text{Tableau} : \Rightarrow \frac{Q}{Q_p} = 0,91 \Rightarrow$$

$$Q_p = \frac{0,14}{0,91} = 0,154 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q_{\min} = 0,03 \text{ m}^3 / \text{s} \Rightarrow \frac{Q_{\min}}{Q_p} = 0,195 \Rightarrow \text{tableau} \Rightarrow \frac{V_{\min}}{V_p} = 0,776$$

$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{A_p}$	$\frac{R_H}{R_{Hp}}$	$\frac{V}{V_p}$	$\frac{Q}{Q_p}$
0,05	0,0187	0,1302	0,2569	0,0048
0,10	0,0520	0,2541	0,4011	0,0209
0,15	0,0941	0,3715	0,5168	0,0486
0,20	0,1424	0,4824	0,6151	0,0876
0,25	0,1955	0,5865	0,7007	0,1370
0,30	0,2523	0,6838	0,7761	0,1968
0,35	0,3119	0,7740	0,8430	0,2629
0,40	0,3735	0,8569	0,9022	0,3370
0,45	0,4346	0,9323	0,9544	0,4165
0,50	0,5000	1,0000	1,0000	0,5000
0,55	0,5635	1,0595	1,0393	0,5857
0,60	0,6265	1,1105	1,0724	0,6718
0,65	0,6880	1,1526	1,0993	0,7564
0,70	0,7476	1,1849	1,1198	0,8372
0,75	0,8045	1,2067	1,1335	0,9119
0,80	0,8576	1,2167	1,1397	0,9775
0,85	0,9059	1,2131	1,1374	1,0304
0,90	0,9480	1,1921	1,1243	1,0658
0,95	0,9813	1,1458	1,0950	1,0745
1,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

$$V_{\min} = 0,6 \text{ m/s} \Rightarrow V_p = 0,77 \text{ m/s}$$

$$A = \frac{Q_p}{V_p} = \frac{0,154}{0,77} = 0,198 \text{ m}^2 = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow D = 0,5 \text{ m}$$

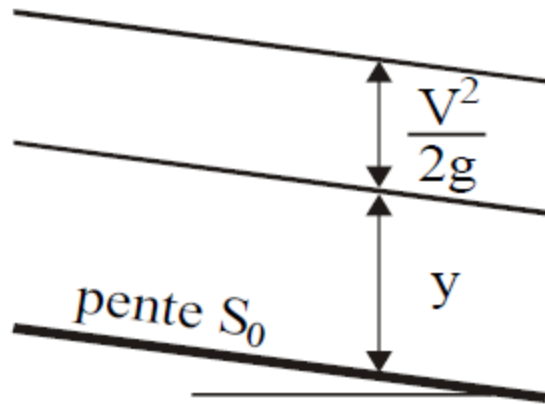
$$S = \left( \frac{n \cdot V_p}{R_H^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{0,015 \cdot 0,77}{\left( \frac{0,5}{4} \right)^{2/3}} \right)^2 = 2,1 \cdot 10^{-3} \quad S = 2,1 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{Q_{\max}}{Q_p} = 1,0745 \quad \text{donc} \quad \boxed{Q_{\max} = 0,166 \text{ m}^3 / \text{s}}$$

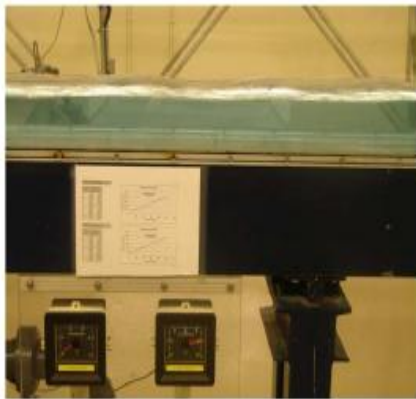
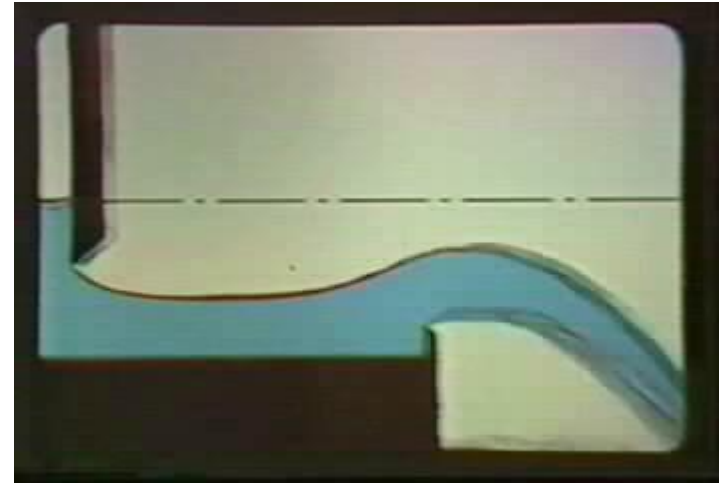


# Notion d'énergie spécifique

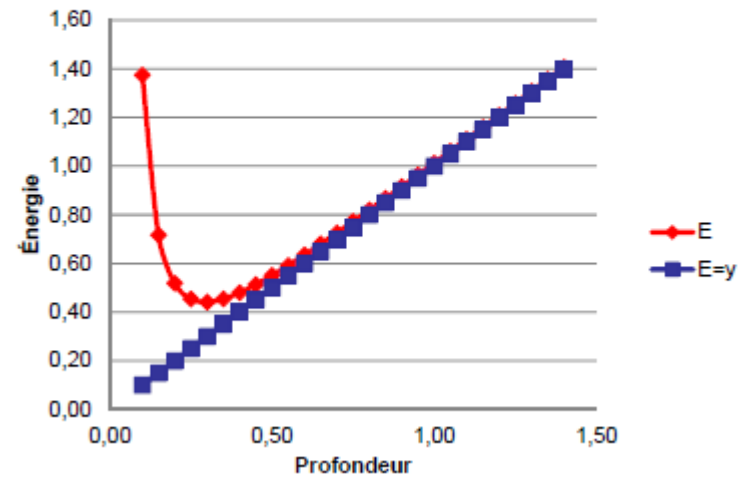
$$E = y + V^2/2g.$$



$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$



Variation de l'énergie spécifique  $E(y)$

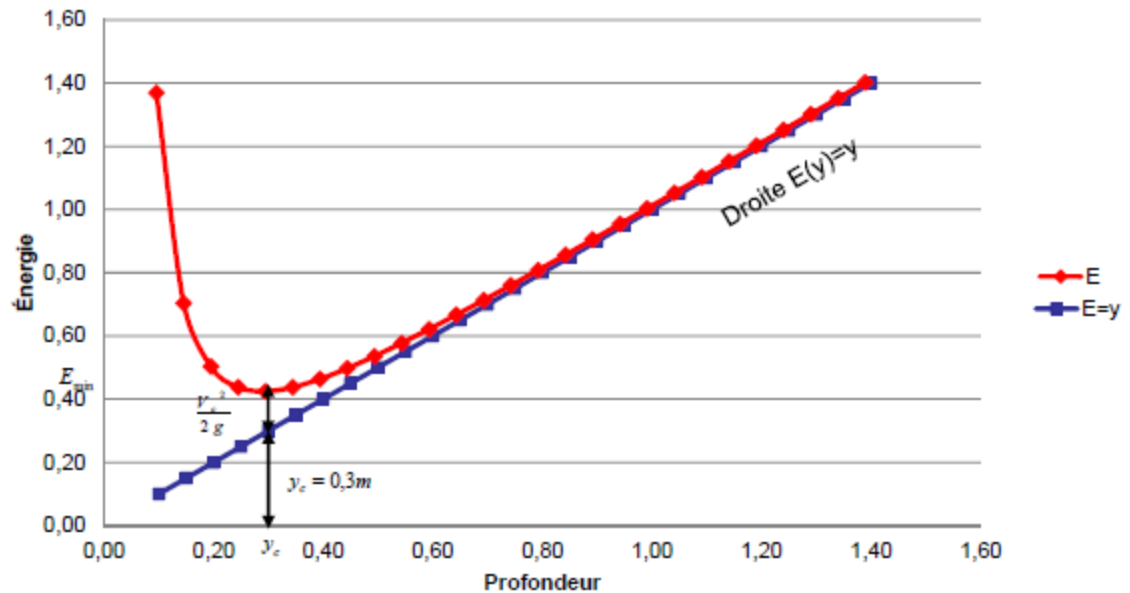


Une rivière de largeur  $B=10\text{m}$  transporte un débit  $Q=10\text{m}^3/\text{s}$ .

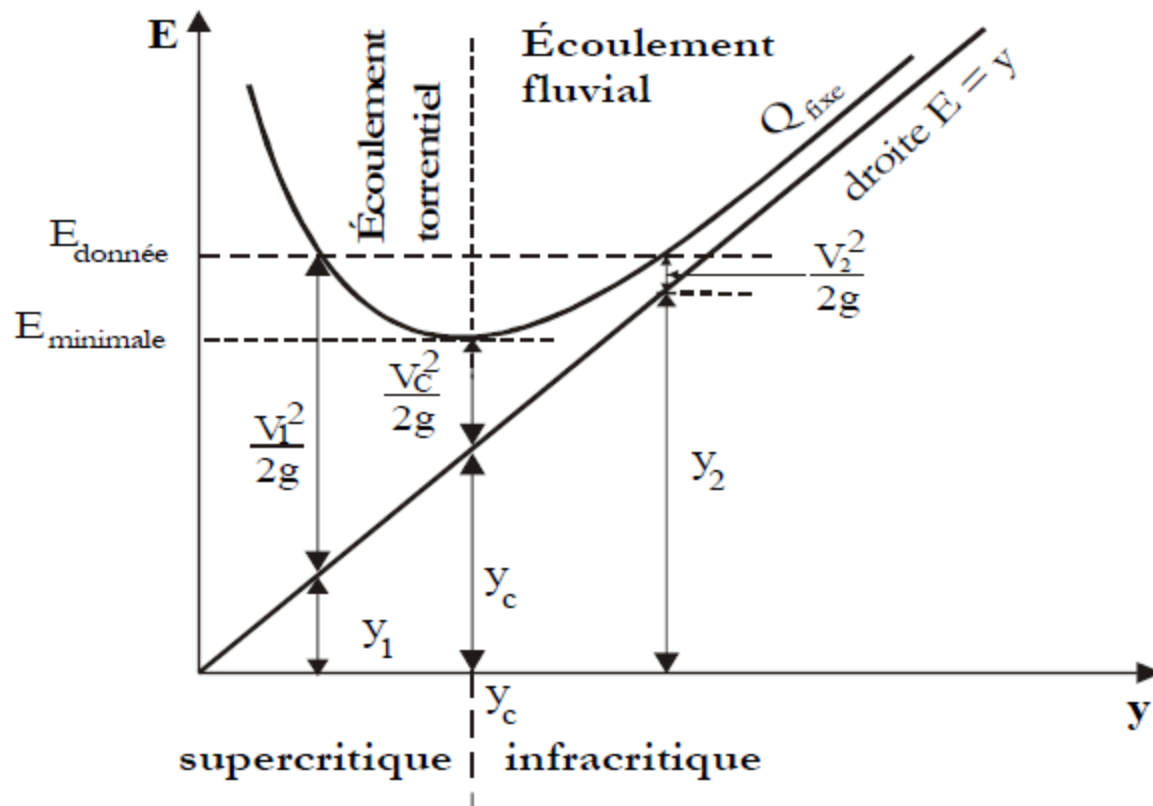
**Tracer** 
$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Profondeur	Énergie
y (m)	E(y)
0,10	1,37
0,15	0,72
0,20	0,52
0,25	0,45
0,30	0,44
0,35	0,45
0,40	0,48
0,45	0,51
0,50	0,55
0,55	0,59
0,60	0,64
0,65	0,68
0,70	0,73
0,75	0,77
0,80	0,82
0,85	0,87
0,90	0,92
0,95	0,96
1,00	1,01
1,05	1,06
1,10	1,11
1,15	1,16
1,20	1,21
1,25	1,26
1,30	1,31
1,35	1,36
1,40	1,41

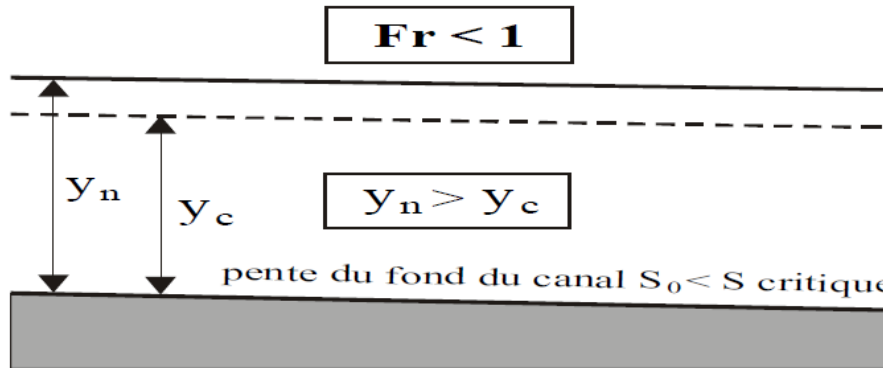
Variation de l'énergie spécifique  $E(y)$



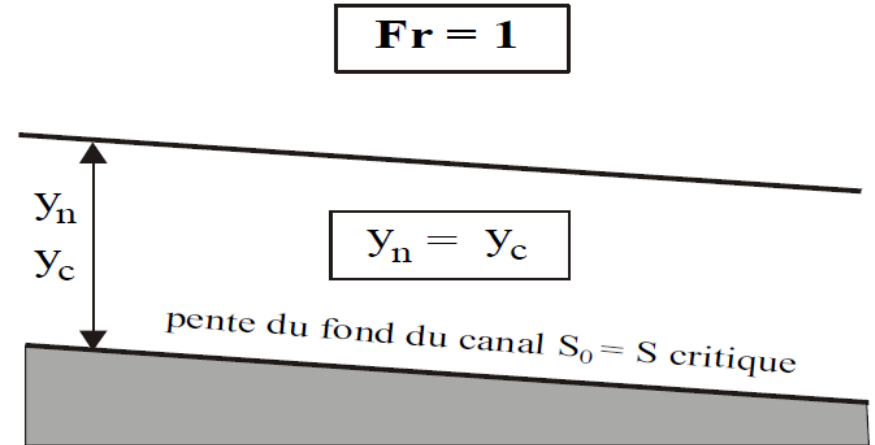
## Régimes d'écoulement dans les canaux



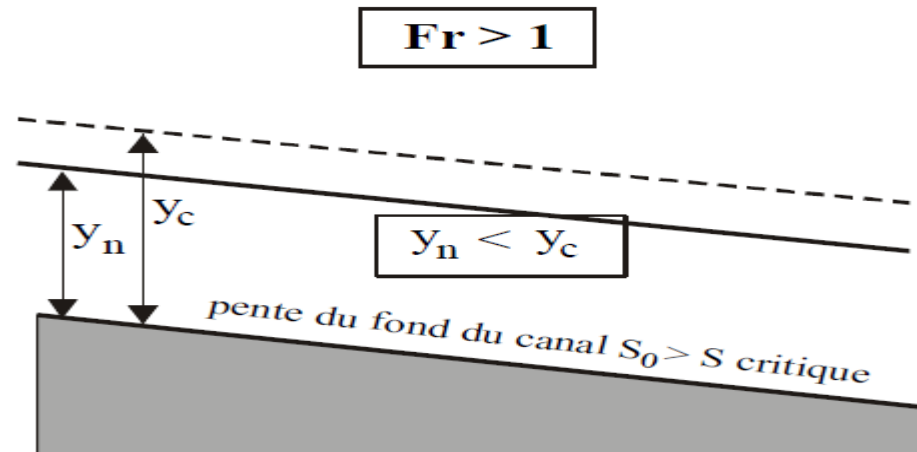
## Écoulement fluvial



## Écoulement critique



## Écoulement torrentiel



## Profondeur critique pour canal rectangulaire

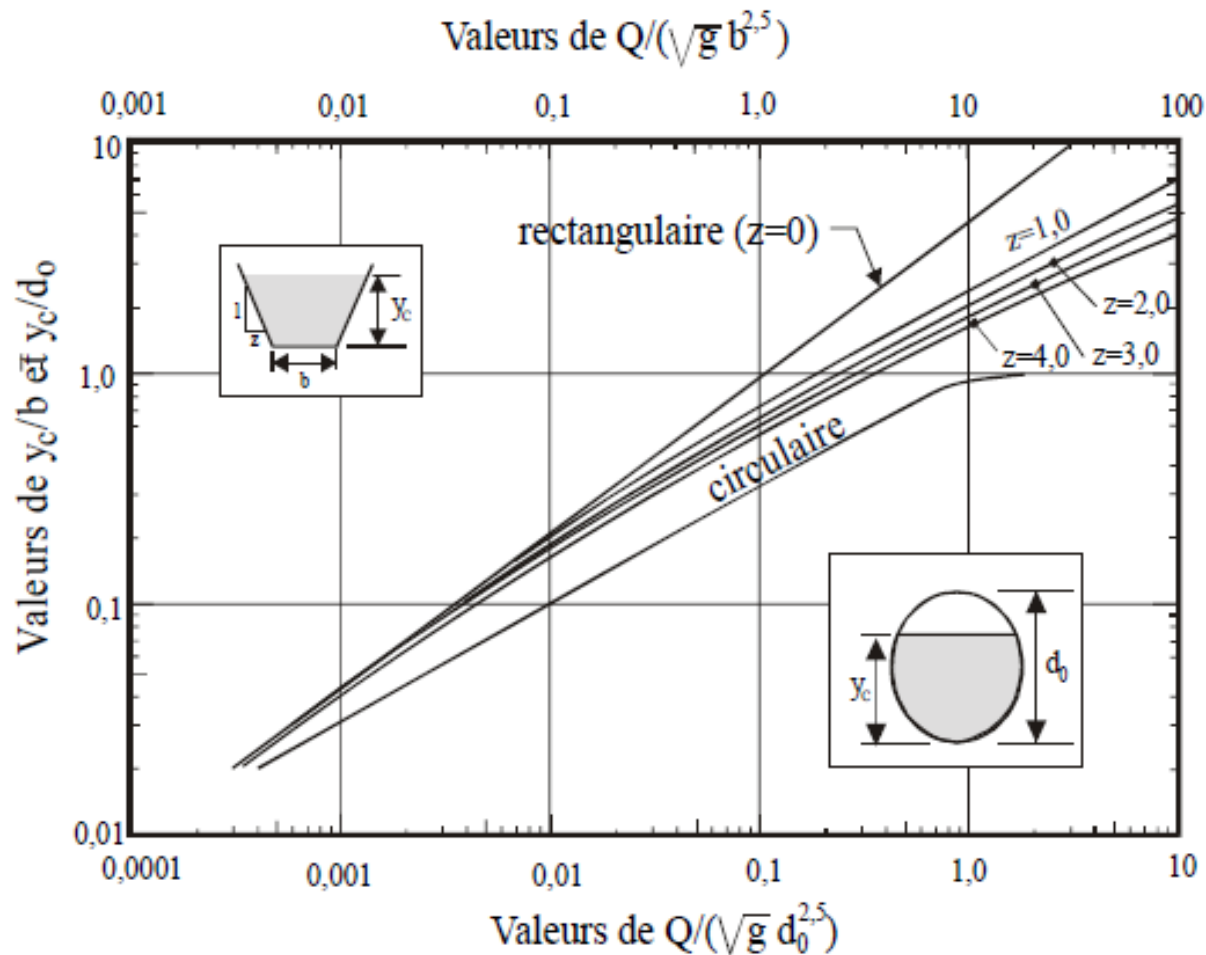
Pour calculer la profondeur critique dans un canal rectangulaire on utilise la formule suivante:

$$y_{cr} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

Et la relation entre la profondeur critique et l'énergie critique est donnée par:

$$y_{cr} = \frac{2}{3} E_{cr}$$

# Profondeur critique pour les canaux à ciel ouvert



### *Application 5.9*

Un canal ayant une section de forme trapézoïdale a un fond large de  $b = 3,6\text{m}$ . Ses côtés ont une pente de 1. Le débit est  $Q = 10\text{m}^3/\text{s}$ . Il faut calculer la profondeur critique  $y_c$ .

La profondeur critique est caractérisée par  $Fr = 1$ , soit  $BQ^2/(gA^3) = 1$ .

Prenant  $g=10\text{m}/\text{s}^2$ , on a selon l'équation (30.b) :

$$\frac{(b+2zy_c)Q^2}{gy_c^3(b+zy_c)^3} = 1$$

$$\frac{(3,6+2y_c) \cdot 10^2}{10y_c^3(3,6+y_c)^3} = 1$$

soit 
$$\frac{y_c^3(3,6+y_c)^3}{1,8+y_c} = 20,4 \quad (a)$$



La solution de l'équation (a) ne peut être obtenue que par une méthode itérative. En utilisant plutôt la figure 5.22, on calcule :

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} \frac{1}{b^{2,5}} = 0,1$$

La courbe pour  $z = 1$  donne  $y_c/b = 0,23$ .

La première estimation de  $y_c$  est donc  $y_c = 0,83\text{m}$ .

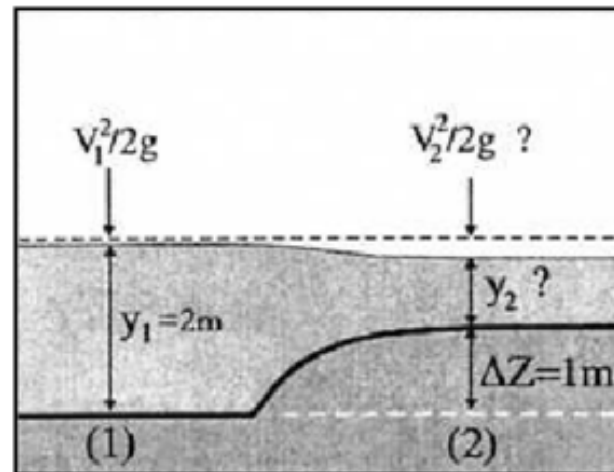
Si on utilise cette valeur dans (a) on obtient 18,75 au lieu de 20,4.

En essayant 0,85m dans (a), on trouve 20,41, soit une solution pratiquement parfaite.

## Application 1

Un débit de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  s'écoule dans un canal à section rectangulaire de largeur  $B = 10 \text{ m}$ . La profondeur d'écoulement au point 1 est de 2 mètres.

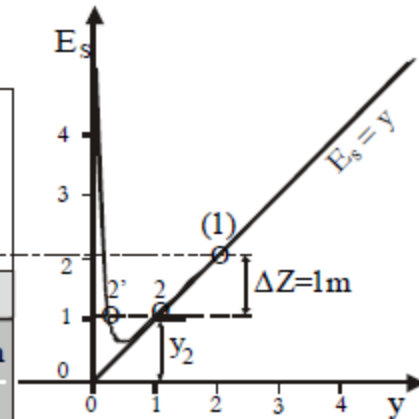
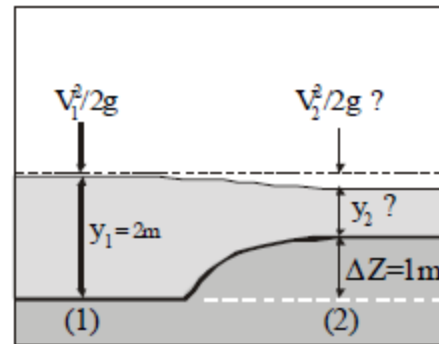
Si on introduit une surélévation de 1 m au point 2, quelle sera la profondeur à cet endroit ?



# Solution numérique

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta Z$$

$$V_1 y_1 = V_2 y_2 = q$$



$$2gy_2^3 + y_2^2 \left( 2g \times \Delta Z - 2gy_1 - \frac{q^2}{y_1^2} \right) + q^2 = 0$$

$$y_2 = 0,958, \quad y_2' = 0,2573, \quad y_2'' = -0,2028.$$

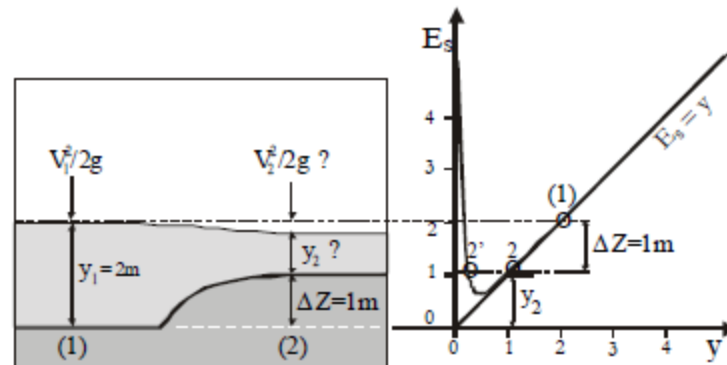
# Solution graphique

La profondeur critique  $y_c$  se calcule par le relation (5.25) :

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad \text{où } q = Q/B = (10\text{m}^3/\text{s}) / 10\text{m} = 1,0\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$y_c = 0,46\text{m}$$

$$E_{\min} = (3/2)y_c = 0,69\text{m}.$$



On prend deux profondeurs plus faibles que  $y_c$  et deux plus élevées que  $y_c$  pour tracer la courbe  $E_s(y)$ .

Ainsi :

$$y = 0,2\text{m} \quad V = 5,0\text{m/s} \quad V^2/2g = 1,25\text{m} \quad E_s = 1,45\text{m}$$

$$y = 0,3\text{m} \quad V = 3,33\text{m/s} \quad V^2/2g = 0,55\text{m} \quad E_s = 0,85\text{m}$$

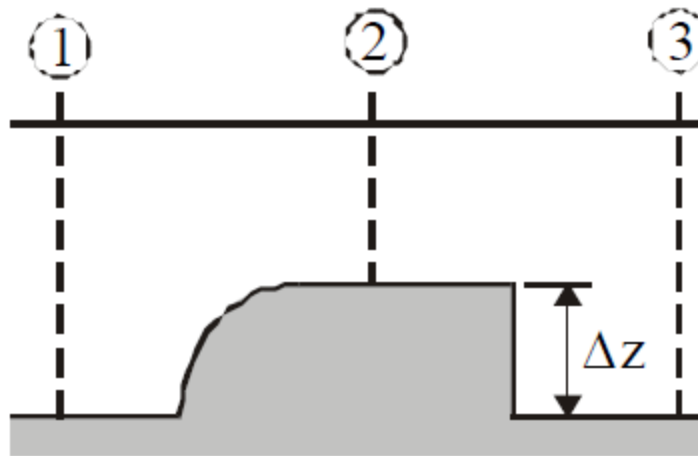
$$y = 2,0\text{m} \quad V = 0,50\text{m/s} \quad V^2/2g = 0,0125\text{m} \quad E_s = 2,013\text{m}$$

$$y = 4,0\text{m} \quad V = 0,25\text{m/s} \quad V^2/2g = 0,002\text{m} \quad E_s = 4,002\text{m}$$

## Application 2

Un débit de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  s'écoule dans un canal à section rectangulaire de largeur  $B = 10 \text{ m}$ . La profondeur d'écoulement au point 1 est de 2 mètres.

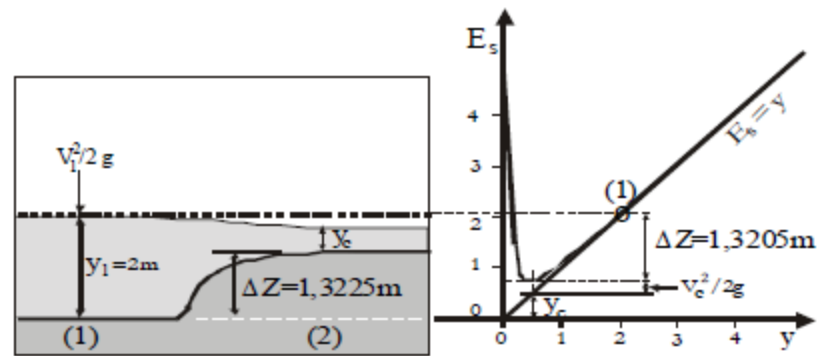
Quelle serait la hauteur  $\Delta z$  pour atteindre la profondeur critique au point 2 ?



Quelle serait la hauteur  $\Delta z$  pour atteindre la profondeur critique au point 2 ?

$$E_1 = 2,0125 \text{ m et } E_{\min} = 0,69 \text{ m}$$

$$\text{Donc } \Delta z = E_1 - E_{\min} = 1,3225 \text{ m}$$

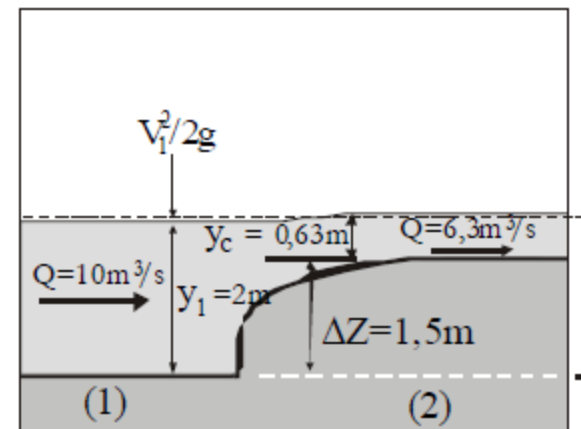


La profondeur en (2),  $y_2$ , est par conséquent égale à la profondeur critique  $y_c = 0,46 \text{ m}$

## Application 3

Un débit de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  s'écoule dans un canal à section rectangulaire de largeur  $B = 10 \text{ m}$ . La profondeur d'écoulement au point 1 est de 2 mètres.

Que se passe-t-il si on introduit un obstacle de  $\Delta z = 1,5 \text{ m}$  ?



Que se passe-t-il si l'on introduit une surélévation  $\Delta Z = 1,5\text{m}$ , comme illustré sur la figure 5.23c ?

L'énergie spécifique au point (2) est

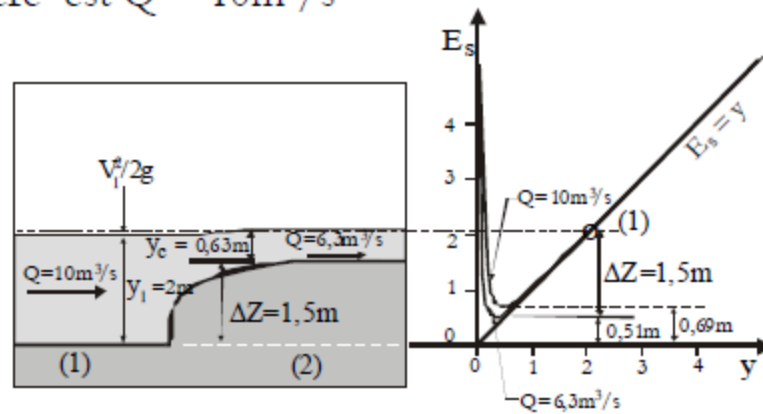
$$E_2 = E_1 - \Delta Z = 2,0125\text{m} - 1,5\text{m} = 0,5125\text{m}.$$

La nouvelle profondeur d'écoulement est  $y_c = (2/3)E_2 = 0,3417\text{m}$ .

Le débit unitaire réduit est  $q = \sqrt{gy_c^3} = 0,63\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ .

Le débit d'écoulement est

$Q = Bq = 10\text{m} \cdot 0,63\text{m}^3/\text{s}/\text{m} = 6,3\text{m}^3/\text{s}$  alors que le débit de la rivière est  $Q = 10\text{m}^3/\text{s}$





Que se passe-t-il si l'on introduit une surélévation  $\Delta Z = 1,5\text{m}$ , comme illustré sur la figure 5.23c ?

L'énergie spécifique amont devient alors  $E'_1 = E_{\min} + \Delta z = 0,69 + 1,5 = 2,19\text{m}$ .

La profondeur amont  $y_1$  passe alors de  $y_1 = 2,0\text{m}$  à  $y_1 = 2,18\text{m}$ .

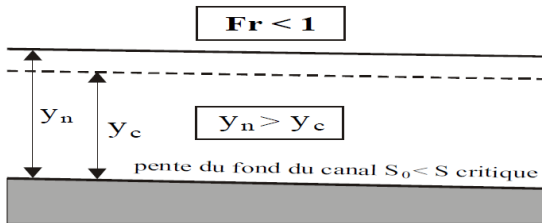
On conclut donc que :

- 1- tant que la surélévation du fond reste inférieure ou égale à une certaine limite, en l'occurrence  $\Delta Z = 1,3225\text{m}$ , il n'y a pas de refoulement,
- 2- quelle que soit la hauteur de l'obstacle, supérieure à  $\Delta Z = 1,3225\text{m}$ , la profondeur  $y_2$  sera toujours égale à la profondeur critique qui ne dépend que du débit; dans ce cas il y a refoulement

# Pente critique pour les canaux à ciel ouvert

$$S_c = \left( \frac{nQ}{A_c R_{H_c}^{2/3}} \right)^2$$

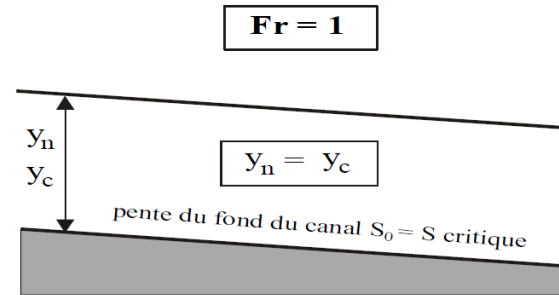
## Écoulement fluvial



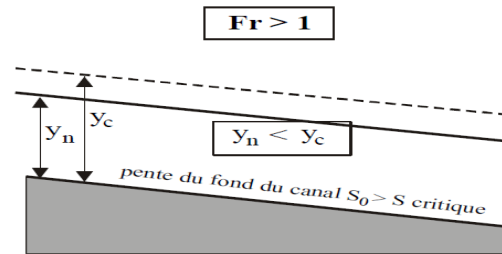
L'équation de Manning

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S^{1/2} = \frac{A^{5/3}}{n} \frac{S^{1/2}}{P^{2/3}}$$

## Écoulement critique



## Écoulement torrentiel



canaux et rivières très larges par rapport à leur profondeur

En écoulement critique :

$$Q = \frac{1}{n} \frac{(By_c)^{5/3}}{B^{2/3}} S_c^{1/2}$$

$$P = b + 2y \approx B$$

D'un autre côté, l'équation  $Fr = 1$  ou  $\frac{BQ^2}{gA^3} = 1$  fournit :

$$Q = \sqrt{\frac{gA^3}{B}} = g^{1/2} \frac{(By_c)^{3/2}}{B^{1/2}}$$

$$\frac{1}{n} \frac{(By_c)^{5/3}}{B^{2/3}} S_c^{1/2} = g^{1/2} \frac{(By_c)^{3/2}}{B^{1/2}} \quad \text{et} \quad S_c = \frac{gn^2}{y_c^{1/3}}$$

En remplaçant  $y_c$  par sa valeur en fonction du débit

$$S_c = \frac{g^{10/9} n^2}{q^{10/9}}$$

Comme  $S_c$  varie en fonction inverse du débit, un même cours d'eau peut présenter le caractère fluvial à l'étiage et le caractère torrentiel en période de crue.

on peut résumer :

Pente faible - régime fluvial :  $S_0 < S_c$ ;  $y_o > y_c$ ;  $V < V_c$ ;  $Fr < 1$

Pente forte - régime torrentiel:  $S_0 > S_c$ ;  $y_o < y_c$ ;  $V > V_c$ ;  $Fr > 1$

Pente critique - régime critique:  $S_0 = S_c$ ;  $y_o = y_c$ ;  $V = V_c$ ;  $Fr = 1$

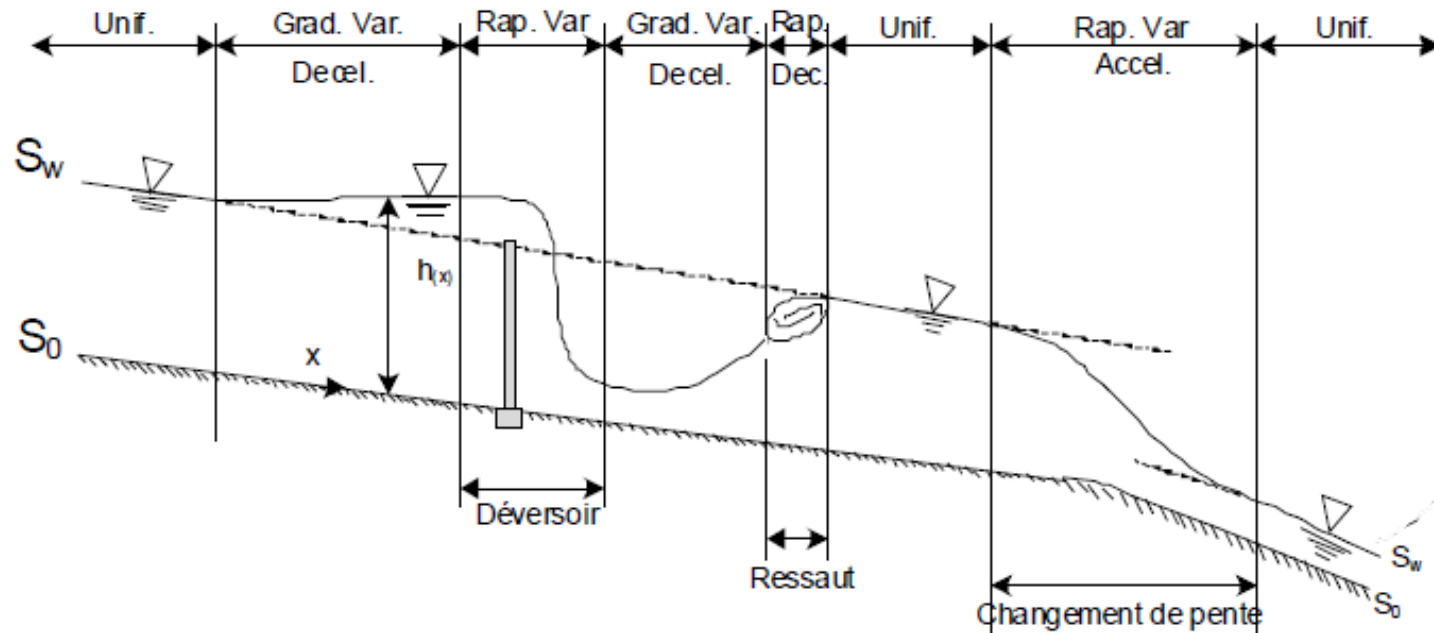
### *Application*

Soit un canal rectangulaire de la largeur  $B = 30,0\text{m}$  et de coefficient de Manning  $n = 0,040$ . Il faut calculer la pente critique pour les débits  $Q$  suivants :  $30,0\text{m}^3/\text{s}$ ,  $60,0\text{m}^3/\text{s}$  et  $90,0\text{m}^3/\text{s}$ .

$Q$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	$q$ ( $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ )	$S_c$	$q = Q/B$
30,0	1,0	0,0202	
60,0	2,0	0,0094	
90,0	3,0	0,0060	

Cet exemple montre clairement que la notion de raideur ou douceur d'une pente n'est pas absolue mais dépend du débit. Une pente peut en effet être qualifiée de douce pour une valeur donnée du débit mais peut devenir raide pour une autre valeur du débit. En fait, plus le débit augmente, plus faible est la pente critique au-delà de laquelle l'écoulement est torrentiel.

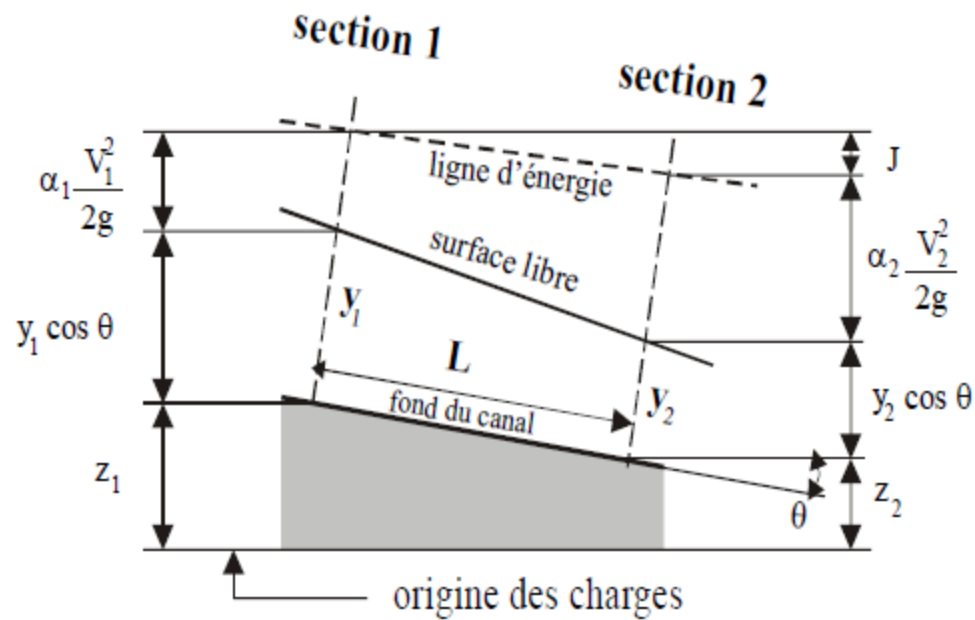
# Calcul de la courbe de remous



Calculer la courbe de remous = Trouver la position de la surface libre

- Ceci revient à calculer les profondeurs de l'eau le long d'une conduite ou d'un cours d'eau

## Équation d'énergie pour les écoulements à surface libre



$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + J$$

## Équation de la courbe de remous Bernoulli

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta x$$

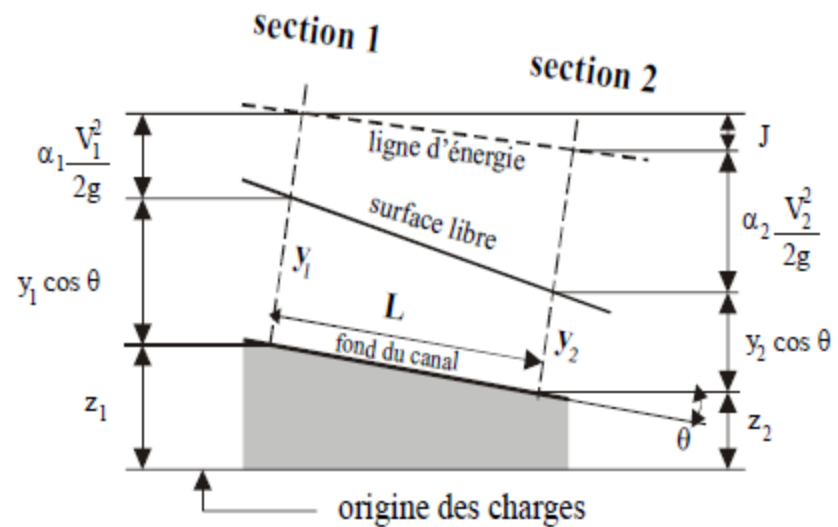
$$\frac{\Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta}{\Delta x} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = - S_f$$

$$\frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = - S_f$$

$$\frac{dz}{dx} = - S_0$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{V^2}{2g} \right) \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d}{dy} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = - Fr^2$$



$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$



## Résolution directe de l'équation différentielle

$$\frac{d y}{d x} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F r^2}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{S_0 - \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}}}{1 - \frac{Q^2 B}{g A^3}}$$

$$\Delta x = \Delta y \frac{1 - \frac{Q^2 B}{g A^3}}{S_0 - \frac{n^2 Q^2}{A^2 R_H^{4/3}}}$$

$$y_{\text{moy}} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

# Qualification de la pente

- Si  $h_N < h_C$  ( $J_f > J_c$ ) : pente *raide* (**S**teep)
- Si  $h_N > h_C$  ( $J_f < J_c$ ) : pente *douce* (**M**ild)
- Si  $h_N = h_C$  ( $J_f = J_c$ ) : pente *critique* (**C**ritical)

Ou encore :

- Si  $Fr_N > 1$  : pente *raide* (**S**teep)
- Si  $Fr_N < 1$  : pente *douce* (**M**ild)
- Si  $Fr_N = 1$  : pente *critique* (**C**ritical)

lorsque  $h = h_n$ ,  $S_f = S_0$  (fait déjà connu),  
 lorsque  $h > h_n$ , on a  $S_0 > S_f$ ,  
 lorsque  $h < h_n$ , on a  $S_0 < S_f$ .

lorsque  $Fr^2 = 1$ , on a  $h = h_c$ ,  
 lorsque  $Fr^2 > 1$ , on a  $h < h_c$ ,  
 lorsque  $Fr^2 < 1$ , on a  $h > h_c$ .

Trois cas peuvent se présenter :

1)  $b > b_n > b_c$ :

La courbe se trouve dans la région 1 (figure 5.25).

Puisque  $h > h_n$ ,  $S_0 - S_f > 0$ .

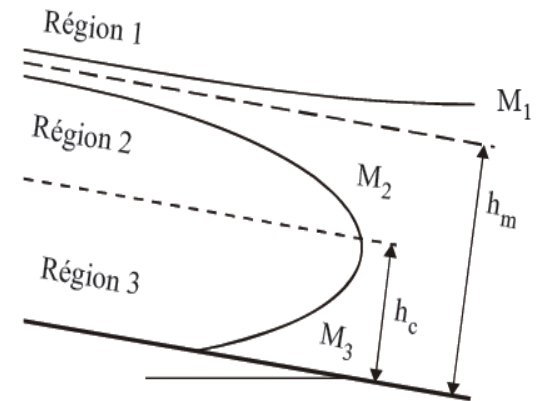
Puisque  $h > h_c$ ,  $1 - Fr^2 > 0$ .

Il en résulte d'après (5.40) que  $dy/dx > 0$ . La profondeur augmente donc dans la direction de l'écoulement comme l'indique la courbe  $M_1$ .

Lorsque  $h$  tend vers  $h_n$  et  $S_f$  tend vers  $S_0$ , l'équation (5.40) montre que  $dy/dx$  tend vers 0, ce qui veut dire que la profondeur de l'eau tend vers la profondeur normale comme asymptote.

Lorsque  $h$  tend vers une valeur infinie,  $S_f$  tend vers 0 et  $Fr$  tend vers 0, si bien que  $dy/dx$  tend vers  $S_0$ . La surface libre de l'eau tend alors vers l'horizontale (puisque  $dy/dx$  est la pente de la surface libre par rapport au fond du canal).

La courbe de remous de type  $M_1$  se rencontre, par exemple, en amont d'un barrage.



Courbes de remous de type M

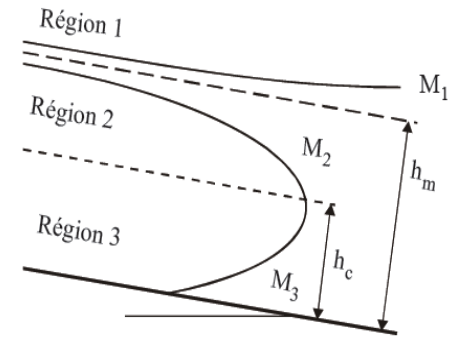
2)  $b_c < b < b_n$ :

La courbe de remous se trouve dans la région 2 (figure 5.25).

Puisque  $h < h_n$ ,  $S_0 - S_f < 0$ .

Puisque  $h > h_c$ ,  $1 - Fr^2 > 0$ .

Il en résulte d'après (5.40) que  $dy/dx < 0$ . La profondeur de l'eau diminue donc dans la direction de l'écoulement, comme le montre la courbe  $M_2$ . Ce genre de courbe se rencontre lors d'un changement de pente (de douce à raide) ou lors d'une chute à la fin d'un canal.



Courbes de remous de type M

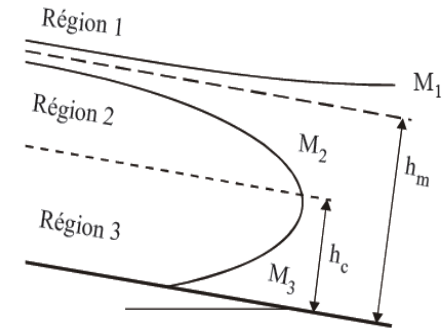
3)  $b < b_c < b_n$ :

La courbe de remous se trouve dans la région 3 (figure 5.25).

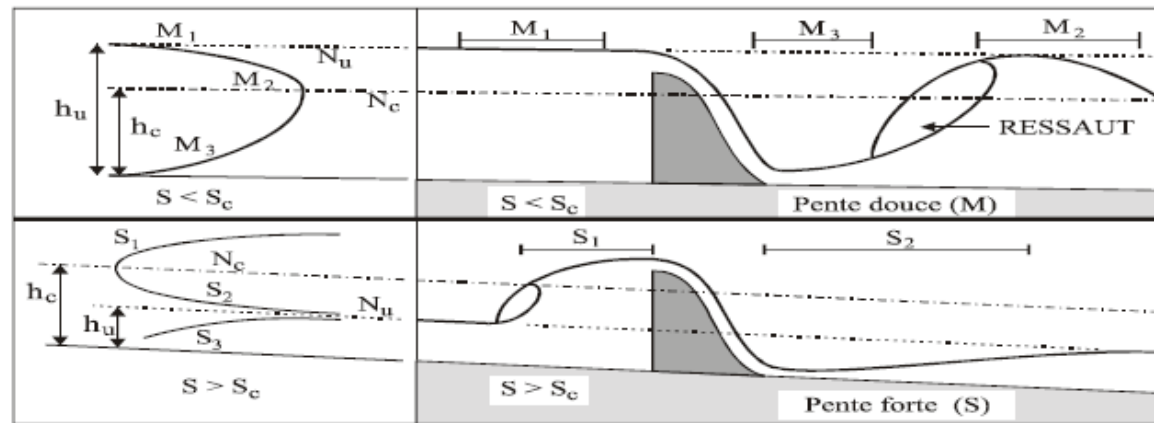
Puisque  $h < h_n$ ,  $S_0 - S_f < 0$ .

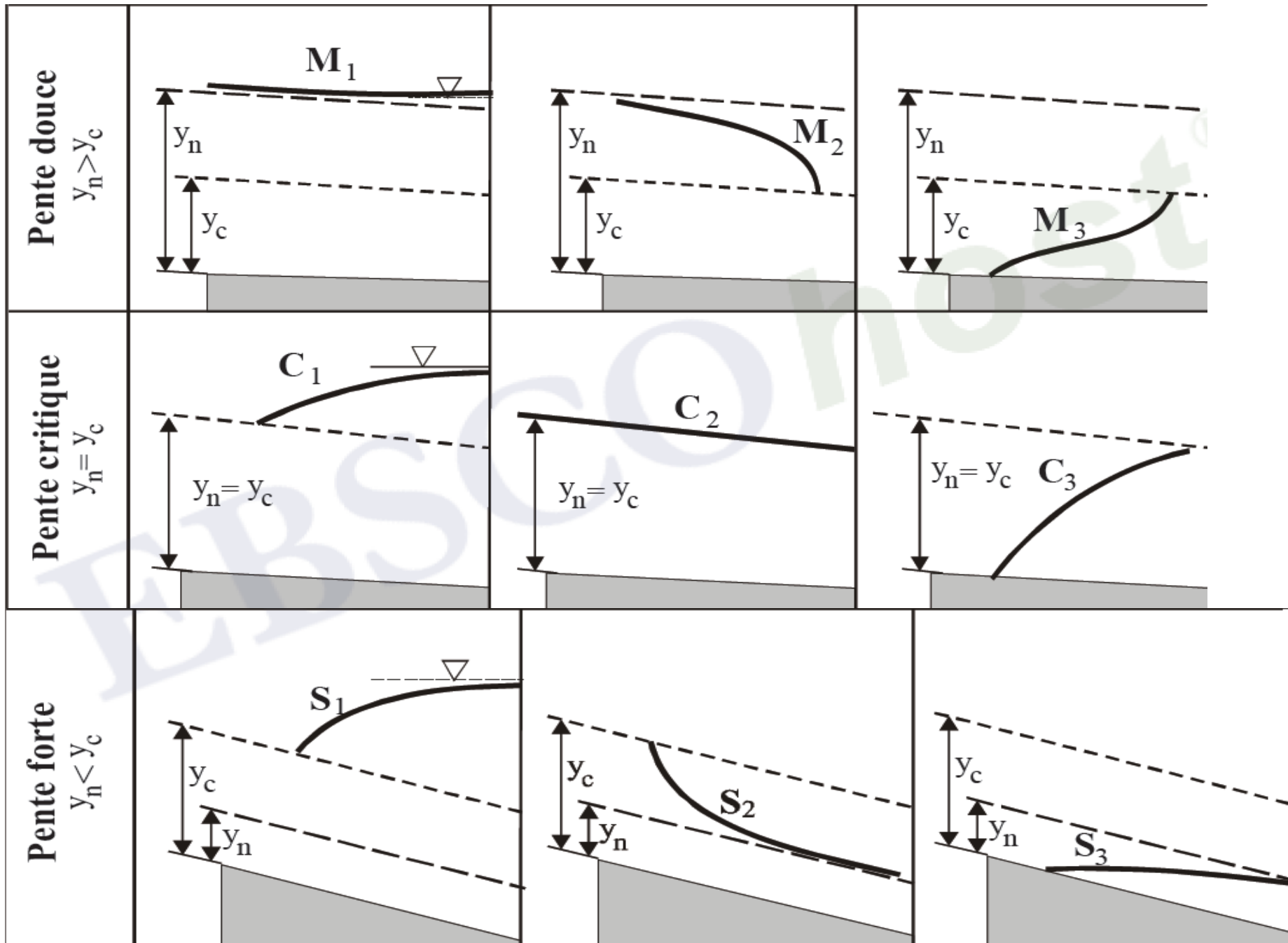
Puisque  $h < h_c$ ,  $1 - Fr^2 < 0$ .

D'après (5.40),  $dy/dx$  est donc positif. Par conséquent, la profondeur de l'eau augmente dans la direction de l'écoulement, comme le montre la courbe  $M_3$ . Ce genre de courbe se rencontre à la sortie d'une vanne ou au pied d'un barrage-déversoir.



Courbes de remous de type M





***Canaux à pente faible***

M1	<ul style="list-style-type: none"><li>- en amont d'un barrage,</li><li>- en amont des piles d'un pont,</li><li>- dans certains changements brusques de pente.</li></ul>
M2	<ul style="list-style-type: none"><li>- en amont d'une augmentation de pente,</li><li>- en amont d'une chute brusque.</li></ul>
M3	<ul style="list-style-type: none"><li>- lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente faible,</li><li>- dans certains changements de pente. (souvent prolongée par un ressaut hydraulique)</li></ul>

***Canaux à pente forte***

	<ul style="list-style-type: none"><li>- en amont (au remous) d'un barrage,</li><li>- dans certains changements de pente. (souvent précédée par un ressaut hydraulique)</li></ul>
	<ul style="list-style-type: none"><li>- en aval d'une augmentation brusque de pente,</li><li>- dans l'élargissement de la section.</li></ul>
	<ul style="list-style-type: none"><li>- dans l'écoulement sous une vanne dénoyée débouchant dans un canal à forte pente,</li><li>- lorsque la pente diminue brusquement tout en restant supérieure à la pente critique.</li></ul>

***Canaux à pente critique***

C	C1	<ul style="list-style-type: none"><li>- à un changement de pente, séparant le passage de la pente critique à une pente moindre,</li><li>- au raccordement d'un canal à pente critique à un réservoir.</li></ul>
	C3	<ul style="list-style-type: none"><li>- lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente critique,</li><li>- lors d'une réduction de pente aboutissant à la pente critique.</li></ul>

Conditions Eq. 4.8a	$\frac{h_n}{h}$	Signe num.	$\frac{h_c}{h}$	Signe dén.	Signe dh/dx	Changement de profondeur	Nom	Figures échelle verticale exagérée
$J_f > 0$ $J_f < J_c$ $h_n > h_c$	$< 1$ $< 1$ $> 1$ $> 1$	$+$ $+$ $-$ $-$	$< 1$ $> 1$ $< 1$ $> 1$	$+$ $-$ $+$ $-$	$+$ $-$ $-$ $+$	croît pas possible décroît croît	M1 M2 M3	
$J_f > 0$ $J_f > J_c$ $h_n < h_c$	$< 1$ $< 1$ $> 1$	$+$ $+$ $-$	$< 1$ $> 1$ $> 1$	$+$ $-$ $-$	$+$ $-$ $+$	croît décroît croît	S1 S2 S3	
$J_f > 0$ $J_f = J_c$ $h_n = h_c$	$< 1$ $> 1$	$+$ $-$	$< 1$ $> 1$	$+$ $-$	$+$ $+$	croît croît	C1 C3	
$J_f = 0$ $h_n = \infty$	$-$ $-$	$-$ $-$	$< 1$ $> 1$	$+$ $-$	$-$ $+$	décroît croît	H2 H3	
$J_f < 0$ $h_n < 0$	$< 1$ $< 1$	$-$ $-$	$< 1$ $> 1$	$+$ $-$	$-$ $+$	décroît croît	A2 A3	

Surface d'eau de l'écoulement graduellement varié dans un canal à pente.

— surface d'eau ; - - - profondeur normale ; - - - - profondeur critique

Quelques exemples d'écoulement.

o section de contrôle ; RH ressaut hydraulique

### *Application 5.12*

Il faut trouver le type de courbe de remous pour le canal de section rectangulaire ayant les propriétés suivantes :

$$S_o = 0,005 \quad n = 0,025 \quad B = 5,0\text{m} \quad y_{\text{ref}} = 4,0\text{m}$$

Le débit est de  $20,0\text{m}^3/\text{s}$ .



Solution :

Pour une section rectangulaire,  $y_c = (q^2/g)^{1/3}$

Avec  $q = Q/B = (20, \text{m}^3/\text{s})/5,0\text{m} = 4,0 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ ,

$$y_c = (4,0^3/9,81)^{1/3} = 1,177\text{m}.$$

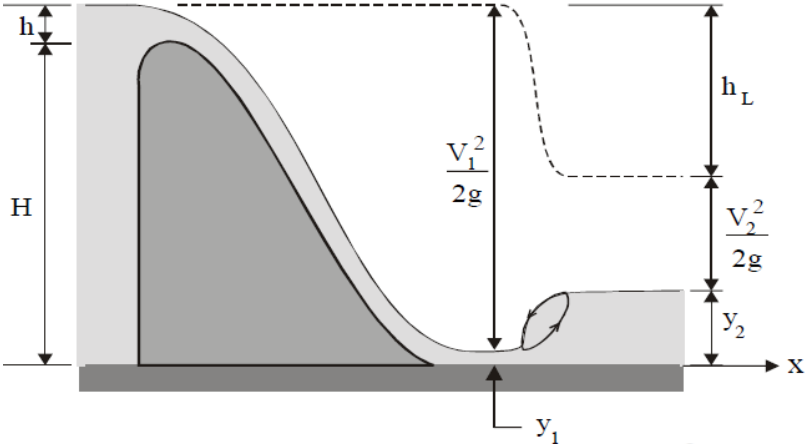
À l'aide de la figure 5.14, on calcule  $y_n$

$$\frac{nQ}{\sqrt{S_0 b^{8/3}}} = \frac{0,025 \cdot 20}{\sqrt{0,005 \cdot 5^{8/3}}} = 0,0967$$

donc  $y_n/b = 0,23$  et  $y_n = 1,15\text{m}$

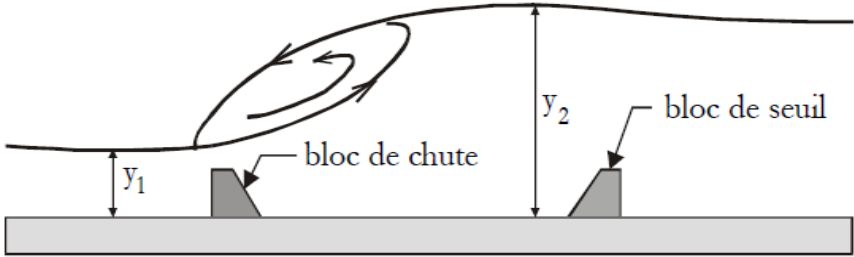
Puisque  $y_n < y_c$ , la pente du canal est raide. Comme  $y_{\text{ref}} > y_c$ , la courbe de remous est de type S1 d'après la figure 5.26.

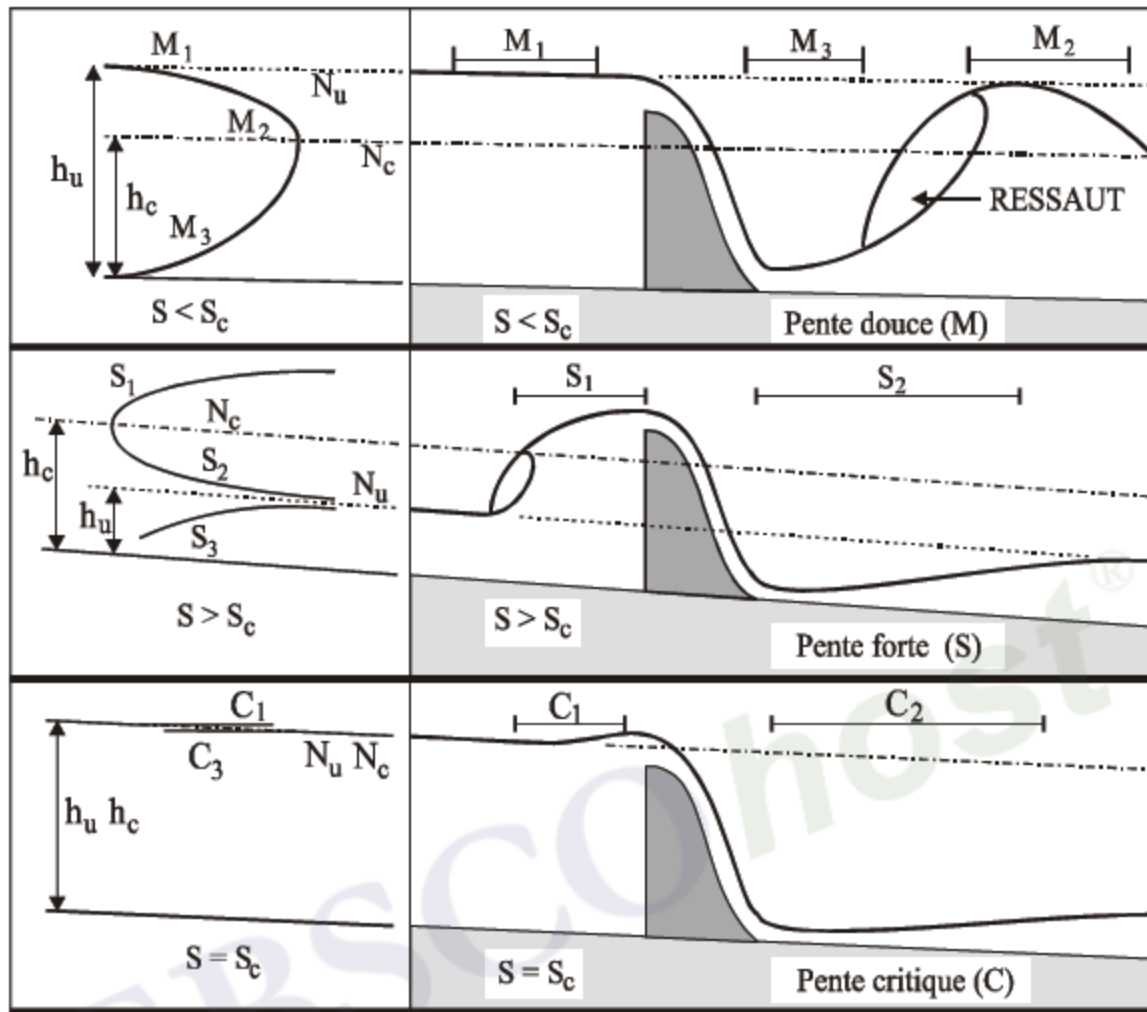
# Ressaut hydraulique

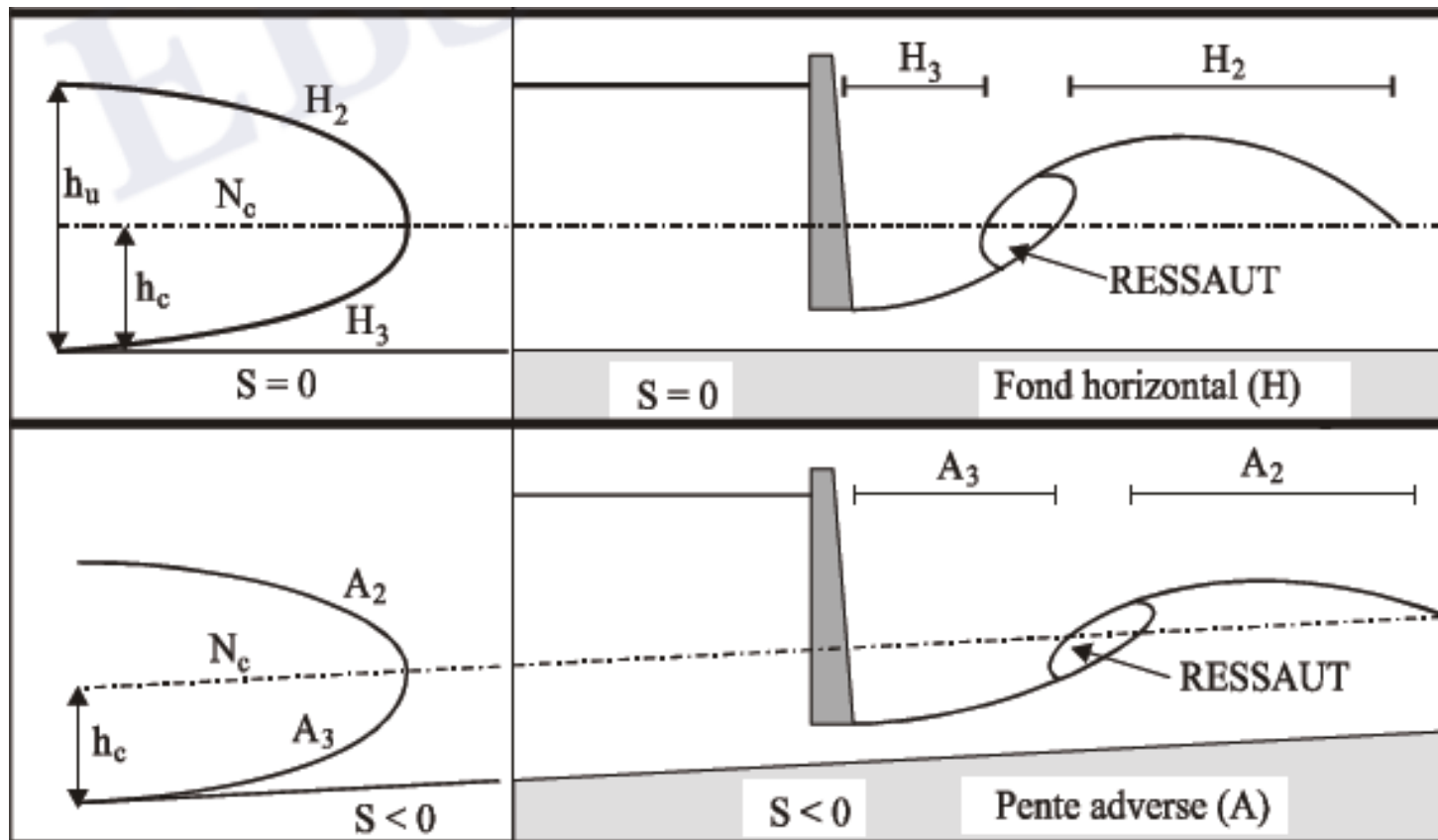


Profondeurs conjuguées

$$y_1 y_2 \left( \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = y_c^3$$







$$\sum F_{\text{ext}} = \rho Q (V_2 - V_1)$$

où  $F_{\text{ext}}$  représente les forces extérieures.

$$\sum F_{\text{ext}} = \rho g B \left( \frac{y_1^2 - y_2^2}{2} \right) = \rho Q (V_2 - V_1)$$

En tenant compte de l'équation de continuité entre les sections 1 et 2 :

$$V_2 = V_1 (y_1 / y_2),$$

l'équation (5.49) s'écrit :

$$\frac{y_1^2 - y_2^2}{2} = \frac{Q}{gB} \left( V_1 \frac{y_1}{y_2} - V_1 \right) = \frac{QV_1}{gB} \left( \frac{y_1 - y_2}{y_2} \right)$$

Substituant le débit unitaire (5.26) et se rappelant que :

$$(y_1^2 - y_2^2) = (y_1 - y_2)(y_1 + y_2)$$

on obtient :

$$\frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{qV_1}{gy_2}$$

Substituant  $V_1 = q/y_1$  dans (5.50), on obtient :

$$y_1 y_2 \left( \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \frac{q^2}{g} \quad (5.51)$$

En utilisant l'expression (5.25) pour  $y_c$ , l'équation (5.51) s'écrit aussi :

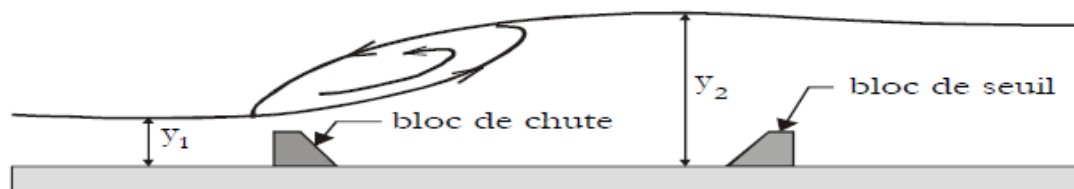
$$y_1 y_2 \left( \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = y_c^3 \quad (5.52)$$

## Longueur d'un ressaut

$$L = 6y_2$$

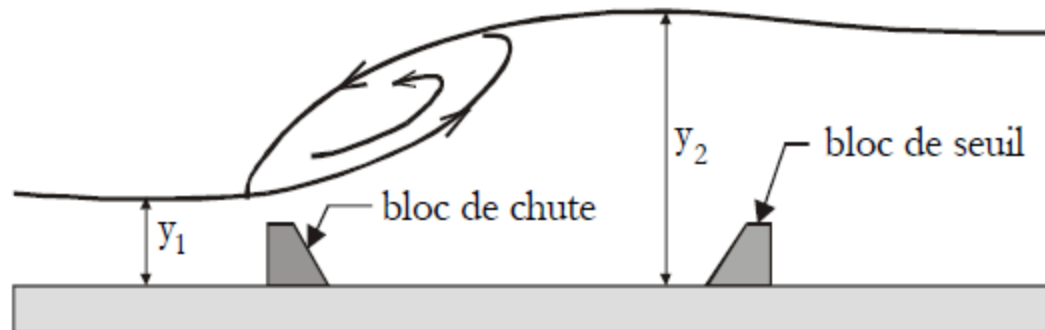
tant que

$$4,5 < Fr < 13$$



# Pertes de charge dans un ressaut

$$h_L = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2}$$



# Bassin d'amortissement

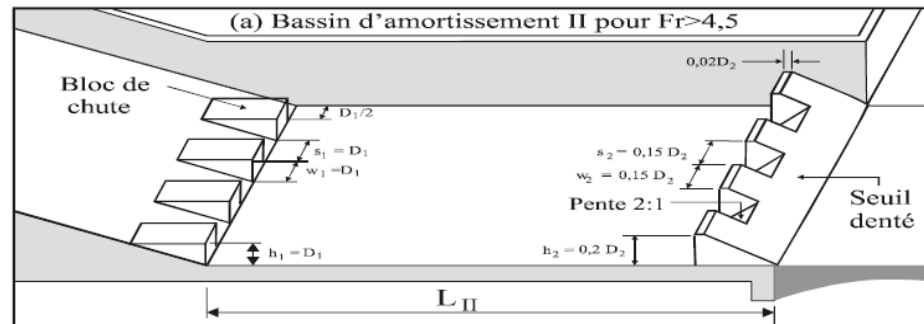


Afin de confiner le ressaut hydraulique dans un espace déterminé et éviter l'affouillement de l'ouvrage et l'érosion des berges on construit un bassin d'amortissement dont les caractéristiques sont spécifiées par le Bureau Américain de Réclamation (USBR, 1987).

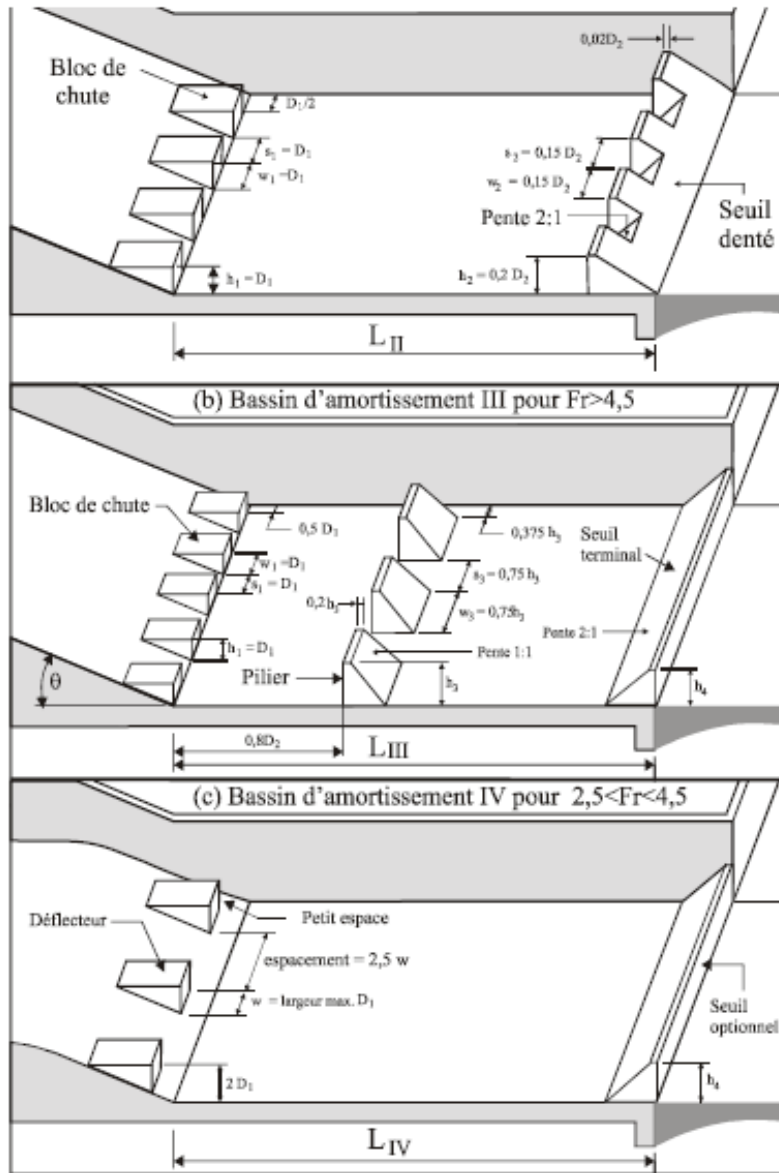
$$L_{II} = D_2 [4 + 0,0055 (Fr + 4,5)] \text{ si } 4,5 < Fr < 10;$$

$$L_{II} = 4,35 D_2 \text{ si } Fr > 10$$

Ce bassin doit être utilisé pour des chutes inférieures à 65m et des débits unitaires inférieurs à  $45\text{m}^2/\text{s}$ .







(b) Bassin d'amortissement III pour  $Fr > 4,5$

(c) Bassin d'amortissement IV pour  $2,5 < Fr < 4,5$

La longueur du ressaut peut être réduite de 70%.

$$L_{III} = D_2 [2,4 + 0,073 (Fr - 4,5)]$$

$$L_{III} = 2,8 D_2 \text{ si } Fr > 10$$

On utilise ce bassin quand la vitesse en amont du ressaut est inférieure à 18m/s et le débit unitaire inférieur à 18m<sup>2</sup>/s.

$$h_3 = D_1 [1,30 + 0,164 (Fr - 4)]$$

$$h_4 = D_1 [1,25 + 0,056 (Fr - 4)]$$