

Chapitre 5

Écoulements à surface libre

Objectifs

- 1- Savoir calculer les propriétés géométriques et hydrauliques d'un écoulement à surface libre.
- 2- Définir les critères d'optimalité de la section et d'érosion pour le dimensionnement des conduites et des canaux.
- 3- Être capable de classifier un écoulement selon son régime et la variation des propriétés géométriques et hydrauliques.
- 4- Savoir calculer la courbe de remous pour un écoulement variant graduellement.
- 5- Connaître les propriétés du ressaut hydraulique et les principes de construction d'un bassin d'amortissement.

5.1 Introduction

Dans un écoulement à surface libre, le liquide s'écoule au contact de l'atmosphère. La surface libre est la surface de séparation entre l'eau et l'atmosphère. En tout point de cette surface, la pression égale la pression atmosphérique.

Dans la nature, l'exemple typique d'un écoulement à surface libre est celui des rivières. En milieu urbain, l'écoulement dans une conduite d'égout pluvial et sanitaire doit normalement être à surface libre.

Une différence importante entre un écoulement en charge et un écoulement à surface libre provient de la géométrie de l'écoulement. Pour une conduite sous pression, l'écoulement occupe toute la section de la conduite qui est la plupart du temps circulaire. La section d'écoulement « A », qui ne dépend généralement que du diamètre D, se calcule alors par une relation simple ($A = \pi D^2/4$). Pour un écoulement à surface libre, la géométrie de la section peut par contre être très diversifiée (circulaire, rectangulaire, trapézoïdale, ovale, triangulaire ou de forme quelconque). Dans ces cas, l'écoulement est décrit par de nouvelles propriétés géométriques dont le calcul dépend de la forme de la section et du degré de remplissage de la conduite.

Soulignons cependant qu'un écoulement en charge peut être considéré comme un état limite d'écoulement à surface libre. À titre d'exemple, l'écoulement dans une conduite d'égout combiné, qui transporte les eaux sanitaires et pluviales, se fait à surface libre en temps sec. En temps de pluie, la conduite se remplit et peut se mettre en charge à la suite de l'augmentation du débit. Les équations qui sont développées dans ce chapitre sont donc applicables à un écoulement en charge.

Les applications du présent chapitre sont nombreuses. Pour évaluer une conduite d'égout existante, l'ingénieur doit vérifier si l'écoulement se fait encore à surface libre malgré une augmentation éventuelle du débit à la suite de l'urbanisation ou de la rugosité de la conduite due au vieillissement. Pour une conduite projetée, l'ingénieur doit trouver la dimension optimale qui permet la circulation de l'eau à surface libre tout en gardant le projet économiquement rentable. Dans le cas des canaux et des rivières, l'ingénieur peut être intéressé aussi bien à connaître la vitesse d'écoulement pour protéger les berges contre l'érosion et contre le transport des sédiments qu'à déterminer le rehaussement du niveau d'eau produit en amont d'un barrage existant ou en projet de construction.

5.2 Classification des écoulements

Les écoulements à surface libre, comme les écoulements en charge, peuvent être permanents ou non permanents. Dans un écoulement permanent, toutes les propriétés de l'écoulement, en particulier le débit, sont constantes dans le temps. En fait, un tel écoulement n'existe pas en pratique. Cependant, l'hypothèse de la permanence de l'écoulement est souvent retenue dans les conditions suivantes :

- 1- Par souci de simplification, l'ingénieur se place volontairement dans ce contexte idéal dans l'étape de conception ou de réhabilitation,
- 2- Dans certains cas, les propriétés de l'écoulement varient lentement de telle sorte que l'hypothèse de permanence est acceptable.

Quand le débit d'écoulement varie significativement dans le temps, l'écoulement est considéré non permanent. L'exemple typique est celui de la variation du débit dans une conduite d'égout ou dans une rivière en temps de pluie. Les phénomènes non permanents sont abordés principalement dans les chapitres 7 à 10 qui traitent de l'hydrologie.

Dans les chapitres 5 et 6 qui portent sur les écoulements à surface libre, l'écoulement est systématiquement supposé permanent. Un tel écoulement peut être uniforme, variant graduellement ou variant brusquement.

Dans un écoulement uniforme, la profondeur et la vitesse d'écoulement restent constantes sur une longue distance le long de l'écoulement. Il faut alors que toutes les propriétés géométriques et hydrauliques pertinentes restent constantes le long de l'écoulement (pente, rugosité, largeur...). Il s'agit, là encore, d'un écoulement idéal qui, en toute rigueur, n'existe pas en pratique. L'hypothèse de l'écoulement uniforme est cependant souvent retenue soit par approximation soit dans un contexte de design.

Dans un écoulement variant graduellement, la profondeur et la vitesse d'écoulement varient graduellement le long de l'écoulement. Le cas typique est l'exhaussement du niveau d'eau en amont d'une retenue. L'ingénieur est alors intéressé à connaître l'effet d'un niveau d'exploitation donné de la retenue sur l'inondation des terres en amont.

Dans l'écoulement variant brusquement, la vitesse et le niveau varient d'une manière sensible et brusque sur une courte distance. L'exemple typique est celui du ressaut hydraulique qui se produit au passage d'un écoulement rapide à un écoulement lent dans le canal de fuite d'une centrale hydroélectrique.

Finalement, un écoulement uniforme ou variant graduellement peut encore être caractérisé selon son régime : il peut être fluvial, critique ou torrentiel.

La figure 5.1 résume la classification des écoulements.

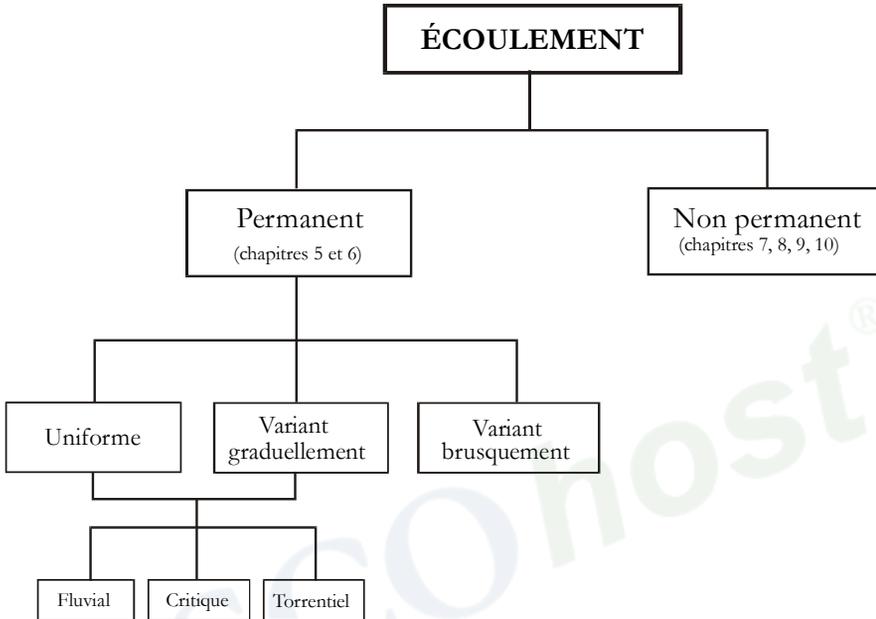


Fig. 5.1 Classification des écoulements

5.3 Caractéristiques géométriques des écoulements à surface libre

5.3.1 Section mouillée d'un canal

La section d'un canal est la section perpendiculaire à son axe. Si le canal est de forme cylindrique ou prismatique, comme tous les cas considérés ici, l'axe du canal est parallèle à la génératrice du cylindre ou aux arêtes du prisme.

On appelle *section mouillée* A d'un canal la portion de la section du canal limitée par les parois du canal et la surface libre (figure 5.2).

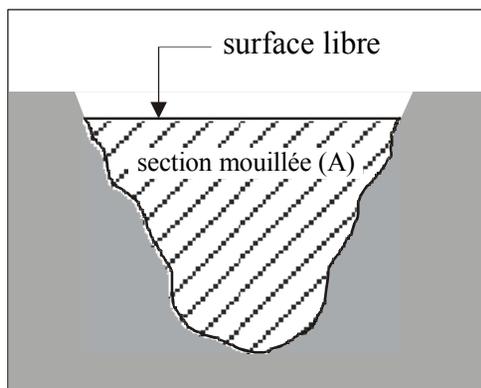


Fig. 5.2 Section mouillée d'un canal

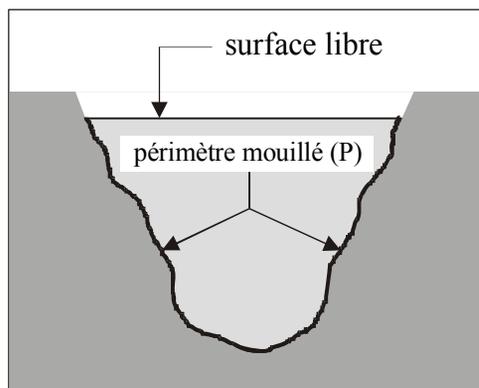


Fig. 5.3 Périmètre mouillé d'un canal

5.3.2 Périmètre mouillé d'un canal

On appelle *périmètre mouillé* P d'un canal, le périmètre de la section mouillée qui inclut les parois solides mais ne comprend pas la surface libre (figure 5.3).

5.3.3 Rayon hydraulique

On appelle *rayon hydraulique* R_H le quotient de l'aire de la section mouillée A et du périmètre mouillé P :

$$R_H = \frac{A}{P} \quad (5.1)$$

Pour une surface donnée d'écoulement, plus le périmètre mouillé est grand, plus le rayon hydraulique est faible. Comme le périmètre mouillé est une mesure de la surface de contact sur laquelle se fait le frottement, on peut interpréter le rayon hydraulique comme un indice de la performance de la section d'écoulement.

Quand la section est circulaire, il ne faut pas confondre le rayon hydraulique avec le rayon de la conduite circulaire. Quand la conduite est pleine on a, d'après (5.1), la relation suivante entre le rayon hydraulique et le rayon de la conduite :

$$R_H = \frac{\pi R^2}{2\pi R} = \frac{R}{2} \quad (5.2)$$

5.3.4 Profondeur ou tirant d'eau

On appelle profondeur d'eau la hauteur d'eau au-dessus du point le plus bas de la section perpendiculaire à l'écoulement. On la dénote souvent par h ou y (figure 5.4).

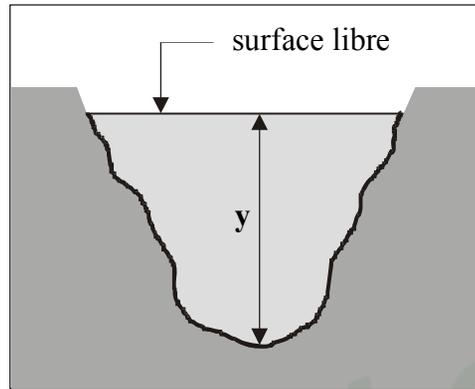


Fig. 5.4 Profondeur d'eau

5.3.5 Largeur au plan d'eau

La largeur de la section mouillée à la surface libre est appelée largeur au plan d'eau. On la dénote généralement par B (figure 5.5).

5.3.6 Largeur au radier

La largeur de la section mouillée au niveau du fond du canal est appelée largeur au radier, représentée par b (figure 5.6).

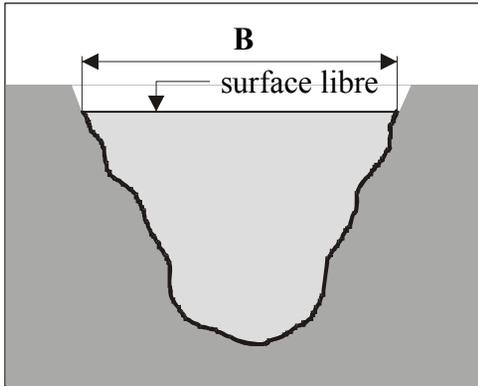


Fig. 5.5 Largeur au plan d'eau

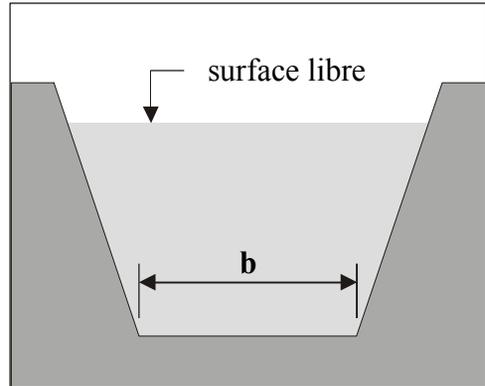


Fig. 5.6 Largeur au radier

5.3.7 Pente d'un canal

On définit la pente d'un canal (S_0) comme étant la tangente de l'angle d'inclinaison du lit par rapport à l'horizontale. Comme cet angle est généralement très petit, la pente est, en pratique, numériquement égale à l'angle donné en radians.

5.3.8 Canal prismatique

Un canal prismatique est un canal dont la pente et la géométrie de la section restent constantes dans la direction longitudinale du canal. Lorsqu'une de ces conditions n'est pas respectée, le canal est dit non prismatique.

Le tableau 5.1 présente les caractéristiques géométriques des canaux prismatiques les plus fréquents en pratique.

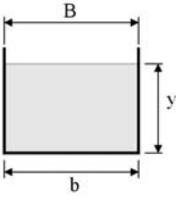
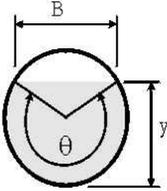
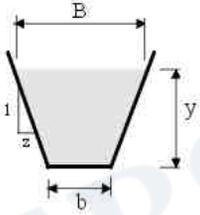
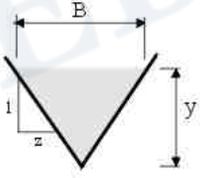
Forme de la section	Section mouillée A	Périmètre mouillé P	Rayon Hydraulique R_H	Largeur B
rectangulaire 	by	$b + 2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b
circulaire 	$\frac{D^2}{8}(\theta - \sin\theta)$	$\frac{\theta D}{2}$	$\frac{D}{4} \left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta} \right)$	$D \sin \frac{\theta}{2}$
trapézoïdale 	$(b+zy)y$	$b + 2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$
triangulaire 	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$

Tableau 5.1 Propriétés géométriques des sections courantes

5.4 Vitesses et pressions dans une section d'écoulement

5.4.1 Répartition des vitesses

D'une manière générale, la vitesse d'écoulement est maximale au point le plus éloigné des parois où la condition d'adhérence dicte une vitesse nulle. Ainsi pour un écoulement dans une conduite circulaire pleine, la vitesse est maximale au

centre de la conduite. Dans un écoulement à surface libre, la présence d'une surface en contact avec l'air modifie cette situation. L'air produit une résistance fort différente de celle des parois solides sur l'écoulement. Pour un écoulement à surface libre, le point où la vitesse est maximale se trouve généralement en-dessous de la surface libre.

Les courbes qui représentent les points d'égale vitesse dans la section transversale sont appelées *isotaches*. La figure 5.7 montre les courbes isotaches pour les sections courantes.

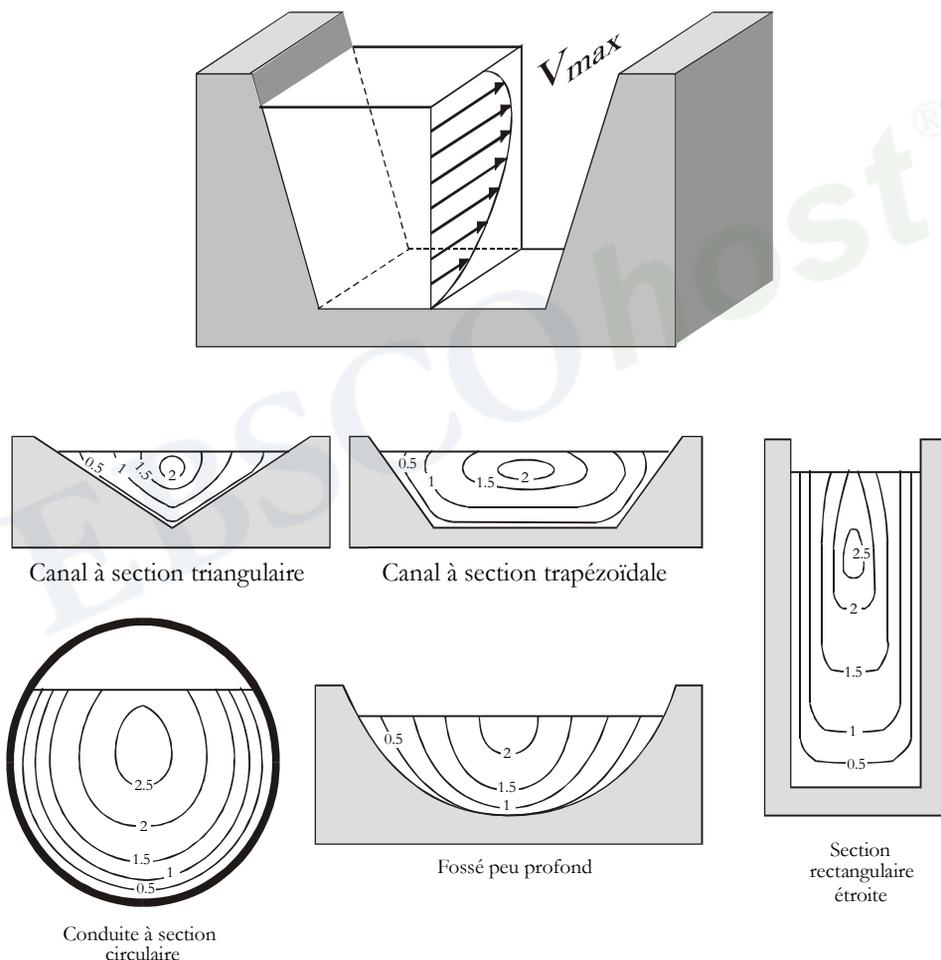


Fig. 5.7 Répartition de la vitesse dans une section

adapté de Chow (1988) et NF (1983)

Pour des formes géométriques composées ou complexes, il peut y avoir plusieurs maxima (figure 5.8)

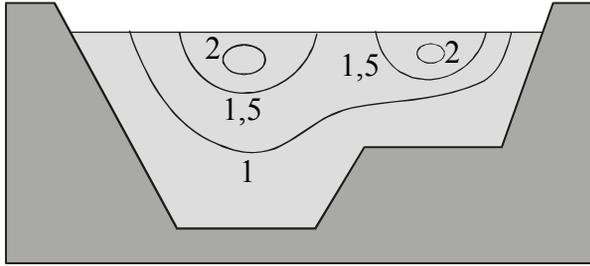


Fig. 5.8 Courbes d'égale vitesse ou isotaches

En tout état de cause, on ignore volontairement en pratique cette variation de vitesse dans la section transversale pour travailler avec la vitesse moyenne :

$$V_{\text{moy}} = \frac{\int_A v dA}{A} = \frac{Q}{A} \quad (5.3)$$

où Q est le débit d'écoulement,
 A est la section mouillée.

Quand le débit est déterminé par mesure de la vitesse à différentes profondeurs, son calcul se fait à l'aide de la formule suivante (figure 5.9) :

$$Q = \int v dA = \sum_{i=1}^n V_i \cdot A_i \quad (5.4)$$

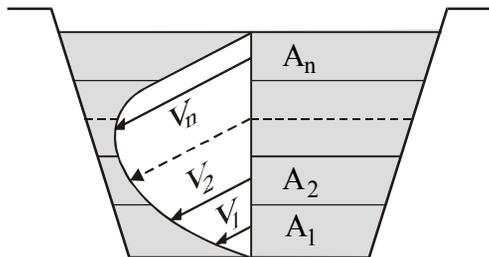


Fig. 5.9 Calcul du débit à partir des mesures de la vitesse

5.4.2 Répartition des pressions

La loi de l'hydrostatique nous apprend que pour un fluide de masse volumique ρ , au repos, la pression à une profondeur h se calcule par la relation :

$$P_{\text{absolue}} = \rho gh + P_{\text{atm}} \quad (5.5)$$

Pour un écoulement en charge, la loi de l'hydrostatique s'applique encore dans la direction perpendiculaire à l'écoulement tant qu'il n'y a pas de changement de direction (figure 5.10) :

$$P_2 = P_1 + \rho gh \quad (5.6)$$

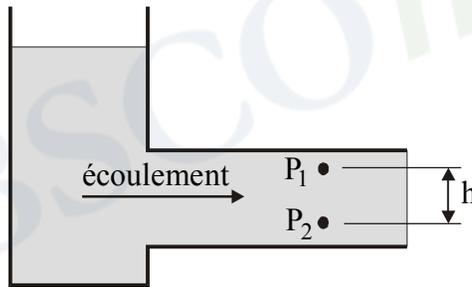


Fig. 5.10 Écoulement en charge

Qu'en est-il pour un écoulement à surface libre? Considérons un écoulement dans un canal de profondeur y dont le fond est incliné à un angle θ par rapport à l'horizontale. Écrivons le bilan des forces s'exerçant sur un élément prismatique de surface de base dA et de hauteur y (figure 5.11).

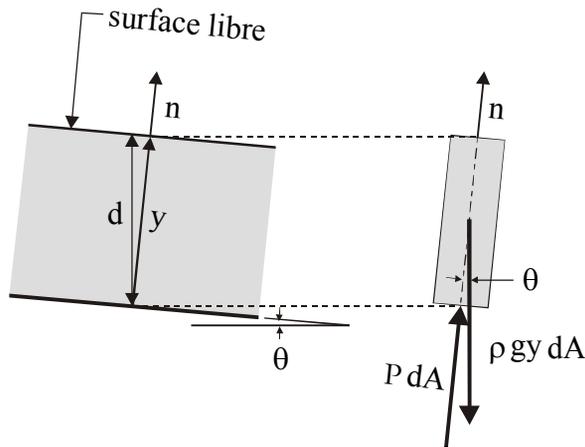


Fig. 5.11 Élément de fluide sous une surface libre

En l'absence de changement de direction dans l'écoulement, il n'y a pas d'accélération dans la direction normale à l'écoulement, si bien que la composante des forces de gravité et la force de pression le long de l'axe $\rightarrow n$ donnent :

$$P dA = \rho gy dA \cos \theta \quad (5.7)$$

soit

$$P = \rho gy \cos \theta$$

Comme $y = d \cos \theta$, on obtient :

$$P = \rho g d \cos^2 \theta \quad (5.8)$$

Quand la pente de la conduite est 1 : 10, $\cos^2 \theta = 0,99$. Aussi bien les rivières naturelles que les conduites d'égout en milieu urbain ont généralement des pentes nettement inférieures à 10%, si bien qu'on écrit :

$$P = \rho gy = \rho gd \quad (5.9)$$

En conséquence, la loi de l'hydrostatique s'applique encore dans la direction perpendiculaire à l'écoulement à surface libre à condition qu'il n'y ait pas de changement de direction.

5.5 Équation d'énergie pour les écoulements à surface libre

5.5.1 Formulation générale

Comme pour les écoulements en charge, l'équation de conservation d'énergie peut s'écrire pour les écoulements à surface libre avec les notations habituelles (figure 5.12) :

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + J \quad (5.10)$$

où α est un coefficient de correction qui tient compte de la non-uniformité de la vitesse dans une section donnée (comme généralement $1,04 < \alpha < 1,14$, on suppose souvent $\alpha = 1$)

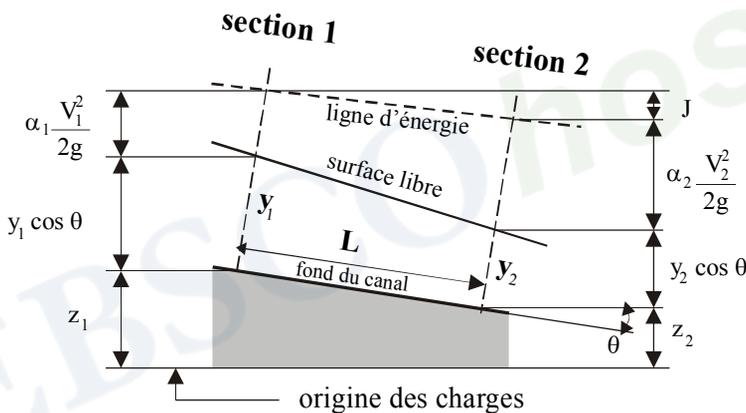


Fig. 5.12 Hauteurs de charge pour les écoulements à surface libre

5.5.2 Écoulement uniforme

Un écoulement est dit uniforme si les conditions suivantes sont satisfaites.

- La section d'écoulement est prismatique et l'écoulement est permanent.
- La profondeur de l'écoulement et la vitesse sont constantes le long du canal.

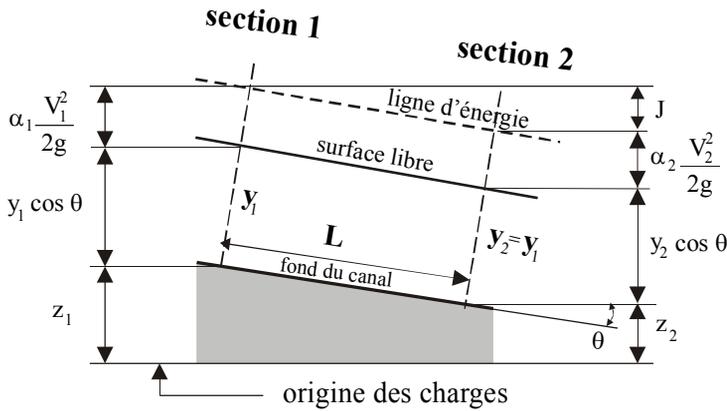


Fig. 5.13 Écoulement uniforme

En régime uniforme, $V_1 = V_2$ et $y_1 = y_2$ si bien que l'équation d'énergie (5.10) se réduit à $z_1 - z_2 = J$. Cette équation signifie qu'en écoulement uniforme, la variation de l'énergie potentielle égale les pertes de charge par frottement. En termes comptables, l'énergie disponible (gravité) égale l'énergie consommée (frottement) de telle sorte que le fluide n'accélère pas ni ne retarde.

Si les deux points considérés sont séparés par une distance L et l'angle d'inclinaison du fond du canal est θ par rapport à l'horizontale (figure 5.13), la perte de charge par unité de longueur est :

$$S_f = \frac{J}{L} = \sin \theta \quad (5.11)$$

D'une façon générale, les canaux et rivières ont des pentes de l'ordre de quelques centimètres ou décimètres par kilomètre. On peut donc écrire $\sin(\theta) \approx \tan(\theta) \approx S_0$, et donc que $S_f = S_0$ en écoulement uniforme.

Dans ces conditions, les lignes du fond du canal, de la surface libre d'écoulement et d'énergie sont toutes parallèles.

Conclusion :

Dans un écoulement à surface libre en régime uniforme, la perte de charge par unité de longueur ou pente hydraulique de l'écoulement S_f est égale à la pente géométrique S_0 . Comme J est nécessairement positif (énergie absorbée par les frottements), la relation $S_f = S_0$ montre que le régime uniforme ne peut se produire qu'en canal descendant.

Remarque pratique

En pratique, que la conduite soit enfoncée ou en surface, sa pente sera a priori égale à celle du terrain naturel, qui est une donnée du problème. Après avoir choisi a priori le matériau de la conduite, l'ingénieur doit calculer le diamètre économique pour véhiculer le débit de projet grâce à cette pente. Selon que cette pente soit très abrupte ou très faible, pour produire des vitesses respectivement très fortes ou très faibles d'un écoulement uniforme à surface libre, des rajustements dans le design de la conduite seront nécessaires.

Il existe plusieurs formules pour relier la perte de charge unitaire S_f aux propriétés de l'écoulement en régime uniforme. La formule la plus utilisée en Amérique du Nord est celle de Manning :

$$V = \frac{1}{n} R_H^{2/3} S_f^{1/2} \quad (5.12)$$

ou, puisque $V = Q/A$,

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S_f^{1/2} \quad (5.13)$$

où V est la vitesse moyenne d'écoulement en mètres par seconde,
 S_f est la pente de la ligne de charge (m/m),
 R_H est le rayon hydraulique en mètres,
 n est le coefficient de Manning.

Le coefficient de Manning « n » ne dépend que de la nature des surfaces des parois (tableau 5.2).

5.5.3 Divers types de problèmes posés en pratique

5.5.3.1 Calcul de la profondeur normale

Lorsque l'écoulement est uniforme, la profondeur d'écoulement est appelée profondeur normale.

Cette appellation se justifie comme suit : *normalement*, si on ne perturbe pas l'écoulement par l'introduction d'une singularité quelconque, l'écoulement sera uniforme et la profondeur sera la profondeur *normale*. L'équation de Manning, sous la forme (5.12) ou (5.13), peut être utilisée directement pour calculer la profondeur normale. Cette profondeur sera comparée à la profondeur de conception pour qualifier l'adéquation de l'ouvrage. La profondeur des écoulements uniformes peut être calculée à l'aide de la figure 5.14.

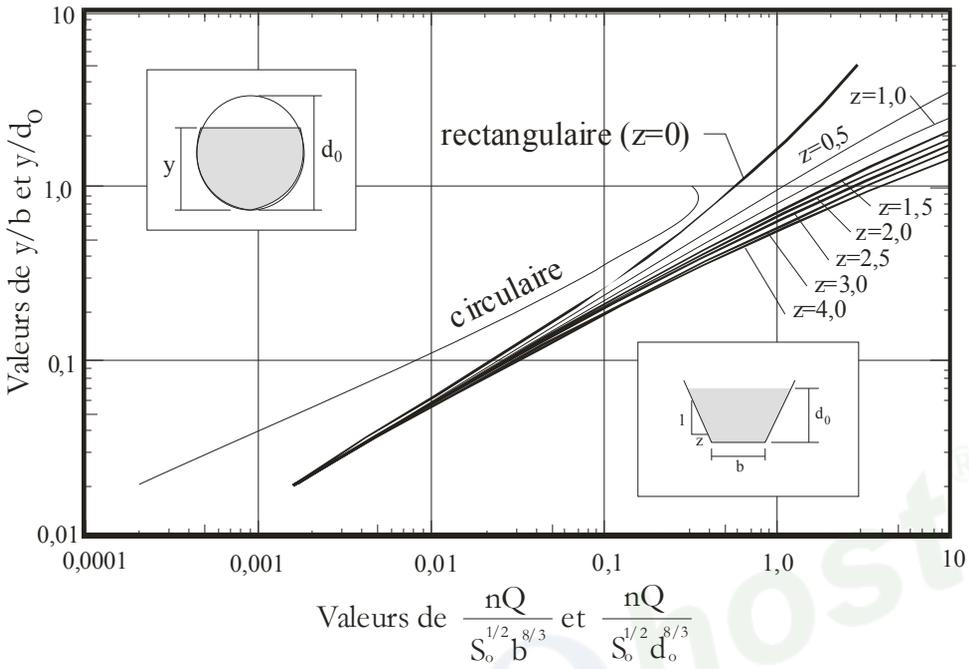


Fig. 5.14 Profondeur normale pour écoulements uniformes

Copyright © 2007. Presses de l'université du Québec. All rights reserved. May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under U.S. or applicable copyright law.

Description du canal	Valeurs de n		
	minimum	normale	maximum
CONDUITES FERMÉES PARTIELLEMENT PLEINES			
Métalliques			
Laiton lisse	0,009	0,010	0,013
Acier soudé	0,010	0,012	0,014
Acier riveté	0,013	0,016	0,017
Fonte enduite	0,010	0,013	0,014
Fonte brute	0,011	0,014	0,016
Fer forgé	0,012	0,014	0,015
Fer forgé galvanisé	0,013	0,016	0,017
Tôle ondulée, drain inférieur	0,017	0,019	0,021
Tôle ondulée, drain pluvial	0,021	0,024	0,030
Non métalliques			
Lucite	0,008	0,009	0,010
Verre	0,009	0,010	0,013
Ciment à surface finie	0,010	0,011	0,013
Ciment : mortier	0,011	0,013	0,015
Béton : ponceau droit et propre	0,010	0,011	0,013
Béton : avec coudes, connexions et quelques débris	0,011	0,013	0,014
Béton fini	0,011	0,012	0,014
Béton : égout droit avec regards etc.	0,013	0,015	0,017
Béton non fini, coulé dans des formes d'acier	0,012	0,013	0,014
Béton non fini, coulé dans des formes en bois lisse	0,012	0,014	0,016
Béton non fini, coulé dans des formes en bois rugueux	0,015	0,017	0,020
Bois : douve	0,010	0,012	0,014
Bois : laminé, traité	0,015	0,017	0,020
Terre cuite : tuile commune de drainage	0,011	0,013	0,017
Terre cuite : égout vitrifié	0,011	0,014	0,017
Terre cuite : égout vitrifié avec regards etc.	0,013	0,015	0,017
Terre cuite : drain vitrifié avec joints ouverts	0,014	0,016	0,018
Briques émaillées	0,011	0,013	0,015
Briques enduites de mortier de ciment	0,012	0,015	0,017
Égouts sanitaires tapissés de dépôts, avec coudes et connexions	0,012	0,013	0,016
Égout pavé avec fond lisse	0,016	0,019	0,020
Maçonnerie de gravats, cimentée	0,018	0,025	0,030
CANAUX CONSTRUIES OU TAPISSÉS			
Surface métallique			
Acier lisse non peint	0,011	0,012	0,014
Acier lisse peint	0,012	0,013	0,017
Tôle ondulée	0,021	0,025	0,030
Surface non métallique			
Ciment fini	0,010	0,011	0,013
Ciment de mortier	0,011	0,013	0,015
Bois raboté non traité	0,010	0,012	0,014
Bois raboté, créosoté	0,011	0,012	0,015
Bois non raboté	0,011	0,013	0,015
Bois de planches	0,012	0,015	0,018
Bois tapissé de papier à toiture	0,010	0,014	0,017
Béton fini à la truelle	0,011	0,013	0,015
Béton fini	0,013	0,015	0,016
Béton fini avec fond de gravier	0,015	0,017	0,020
Béton brut	0,014	0,017	0,020
Béton : gunite, bonne section	0,016	0,019	0,023
Béton : gunite, section ondulante	0,018	0,022	0,025
Béton : sur roche excavée de bonne qualité	0,017	0,020	
Béton : sur roche excavée irrégulière	0,022	0,027	

Tableau 5.2 Valeurs du coefficient de Manning

Adapté de Chow (1988)

Description du canal	Valeurs de n		
	minimum	normale	maximum
CANAUX CONSTRUITS OU TAPISSÉS (suite)			
Surface non métallique ((suite)			
Fond en béton, côtés en pierre taillée et mortier	0,015	0,017	0,020
Fond en béton, côtés en pierres quelconques et mortier	0,017	0,020	0,024
Fond en béton, côtés en maçonnerie de gravats plâtrée	0,016	0,020	0,024
Fond en béton, avec côtés en maçonnerie de gravats	0,020	0,025	0,030
Fond en béton, côtés en gravats ou riprap	0,020	0,030	0,035
Fond en gravier, côtés en béton placé dans des formes	0,017	0,020	0,025
Fond en gravier, côtés en pierres quelconques et mortier	0,020	0,023	0,026
Fond en gravier, côtés en gravats ou riprap	0,023	0,033	0,036
Briques émaillées	0,011	0,013	0,015
Briques dans du mortier de ciment	0,012	0,015	0,018
Maçonnerie de gravats dans le ciment	0,017	0,025	0,030
Maçonnerie de gravats	0,023	0,032	0,035
Pierre taillée	0,013	0,015	0,017
Asphalte lisse	0,013	0,013	
Asphalte rugueux	0,016	0,016	
Couverture végétale	0,030	0,500
CANAUX EXCAVÉS OU DRAGUÉS			
En terre, droits, propres et récents	0,018	0,018	0,020
En terre, droits, propres, après altération climatique	0,018	0,022	0,025
En terre, droits, propres, gravier, section uniforme	0,022	0,025	0,030
En terre, droits, avec herbe courte, peu d'autre végétation	0,022	0,027	0,033
En terre, sinueux, sans végétation	0,023	0,025	0,030
En terre, sinueux, de l'herbe et quelques autres végétaux	0,025	0,030	0,033
En terre, sinueux, beaucoup de plantes aquatiques dans canaux profonds	0,030	0,035	0,040
En terre, sinueux, fond en terre, côtés en gravats	0,028	0,030	0,035
En terre, sinueux, fond rocheux, côtés couverts de végétation	0,025	0,035	0,040
En terre, sinueux, fond en cailloux, côtés propres	0,030	0,040	0,050
Canaux dragués, sans végétation	0,025	0,028	0,033
Canaux dragués, un peu de buissons sur les berges	0,035	0,050	0,060
Canaux excavés dans le roc, parois lisses et uniformes	0,025	0,035	0,040
Canaux excavés dans le roc, parois irrégulières	0,035	0,040	0,050
Canaux non entretenus, végétation dense	0,050	0,080	0,120
Canaux non entretenus, fond propre, broussailles sur les côtés	0,040	0,050	0,080
Comme précédemment, écoulement à niveau maximum	0,045	0,070	0,110
Comme précédemment, avec broussailles denses	0,080	0,100	0,140
COURS D'EAU NATURELS			
Cours d'eau mineurs (largeur en crue < 30m), coulant dans la plaine			
Propres, droits, sans fosses profondes	0,025	0,030	0,033
Comme précédemment, avec cailloux et végétation	0,030	0,035	0,040
Propres, avec méandres, quelques bassins	0,033	0,040	0,045
Comme précédemment, avec cailloux et végétation	0,035	0,045	0,050
Comme précédemment, avec pentes et sections moins efficaces	0,040	0,048	0,055
Comme précédemment, avec cailloux	0,045	0,050	0,060
Parties lentes, végétation, bassins profonds	0,050	0,070	0,080
Portions encombrées de végétation, bassins profonds, berges boisées	0,075	0,100	0,150
Mineurs (largeur en crue < 30m), : ruisseaux de montagne à berges escarpées			
Fond en gravier et cailloux, peu de blocs	0,030	0,040	0,050
Fond en cailloux et de grands blocs	0,040	0,050	0,070

Tableau 5.2 (suite) Valeurs du coefficient de Manning

Adapté de Chow (1988)

Description du canal	Valeurs de n		
	minimum	normale	maximum
COURS D'EAU NATURELS (suite)			
Bassins versants			
Pâturages sans broussailles à herbe courte	0,025	0,030	0,035
Pâturages sans broussailles à herbe longue	0,030	0,035	0,050
Champs de culture sans végétation	0,020	0,030	0,040
Champs cultivés, plantes adultes en rangées	0,025	0,035	0,045
Champs cultivés, plantes adultes non alignées	0,030	0,040	0,050
Broussailles parsemées, végétation denses	0,035	0,050	0,070
Peu de broussailles et d'arbres, en hiver	0,035	0,050	0,060
Peu de broussailles et d'arbres, en été	0,040	0,060	0,080
Broussailles moyennes à denses, en hiver	0,045	0,070	0,110
Broussailles moyennes à denses, en été	0,070	0,100	0,160
Arbres : saulaie dense, été	0,110	0,150	0,200
Arbres : terre déboisée, avec souches, sans repousse	0,030	0,040	0,050
Comme précédemment, mais avec une repousse abondante	0,050	0,060	0,080
Boisé, arbres tombés, broussailles, niveau de crue sous les branches	0,080	0,100	0,120
Comme précédemment, niveau de crue atteint le niveau des branches	0,100	0,120	0,160
Cours d'eau majeurs (largeur en crue > 30m), coulant dans la plaine			
La valeur n est moins que celle des cours d'eau mineurs de description similaire car les rives offrent une moindre résistance effective.			
Section régulière sans blocs et sans broussailles	0,025	0,060
Section irrégulière et rugueuse	0,035	0,100

Tableau 5.2 (suite et fin) Valeurs du coefficient de Manning

Adapté de Chow (1988)

Application 5.1

Un canal de section rectangulaire a une largeur $B = 6\text{ m}$ et une pente de $S_0 = 0,00010$. Son coefficient de Manning est de $n = 0,015$.

De l'eau s'écoule dans ce canal à raison de $Q = 6,0$ mètres cubes par seconde.

Il faut trouver la profondeur normale y d'écoulement dans ce canal.

Solution :

Par les équations (5.12) et (5.13) : $Q = VA = (1/n) AR_H^{2/3} S_0^{1/2}$

$$6\text{ m}^3/\text{s} = (1/0,015) 6\text{ m} \cdot y [6\text{ m} \cdot y / (6\text{ m} + 2y)]^{2/3} 0,01$$

soit :

$$1,5 = y [6y / (6 + 2y)]^{2/3} \quad (a)$$

On peut procéder par itérations pour trouver y .

On peut aussi utiliser les courbes de la figure 5.13. En calculant $nQ / (S_0^{1/2} b^{8/3}) = 0,075$, on obtient $y/b = 0,25$, soit $y = 1,5\text{ m}$.

On vérifie en insérant cette valeur de y dans la formule (a).

5.5.3.2 Calcul du débit et de la vitesse d'écoulement

Dans ce type de problèmes, on désire connaître la capacité hydraulique d'une conduite ou d'un canal dans des conditions préétablies. Le débit calculé est comparé au débit de conception pour vérifier l'adéquation de l'ouvrage face au refoulement et aux besoins en eau. Le calcul de la vitesse est nécessaire pour vérifier si cette dernière est assez élevée pour éviter la sédimentation de matières en suspension et n'est pas trop forte pour causer l'érosion. Ces calculs sont directs et ne nécessitent ni graphes ni itérations.

Application 5.2

Un canal ayant une section en forme de trapèze a une largeur au fond $b = 5,0\text{m}$ et une pente longitudinale $S_0 = 0,2\%$. La pente des berges est $Z = 1,0$. Le coefficient de Manning est $n = 0,02$. Il faut calculer le débit Q d'écoulement si la profondeur d'eau ne doit pas dépasser $y = 1,0\text{m}$. Il faut aussi déterminer la vitesse correspondante.

D'après le tableau 5.1, pour une section trapézoïdale :

$$R_H = \frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}} = \frac{(5\text{m}+1 \times 1\text{m}) \times 1\text{m}}{5\text{m}+2 \times 1\text{m}\sqrt{1+(1\text{m})^2}} = 0,766\text{m}$$

D'après (5.12) :

$$V = \frac{1}{n} R_H^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{0,02} (0,766\text{m})^{2/3} (0,002)^{1/2} = 1,87\text{m/s}$$

Cette vitesse est supérieure à la vitesse minimale pour éviter la sédimentation (environ $0,5\text{m/s}$) mais elle risque d'être supérieure à la vitesse maximale qui provoque l'érosion (environ $1,2\text{m/s}$). La valeur de la vitesse maximale dépend du matériau de la paroi et de la nature de l'effluent.

D'après le tableau 5.1, pour une section trapézoïdale :

$$A = (b+zy)y = (5\text{m}+1 \times 1\text{m}) \cdot 1\text{m} = 6,0\text{m}^2$$

Le débit est $Q = V \cdot A = 1,87\text{m/s} \cdot 6,0\text{m}^2 = 11,23\text{m}^3/\text{s}$

Application 5.3

Considérons une rivière à section composée, comme montrée sur la figure 5.15. La pente longitudinale moyenne est $S_0 = 1,0 \cdot 10^{-4}$. Le coefficient de Manning est $n = 0,02$.

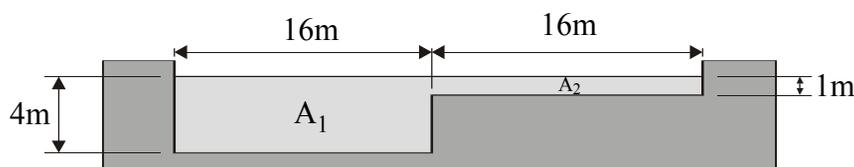


Fig. 5.15 Section composée

En période de débit normal et de petites crues, seule la section de gauche (A_1) est occupée par l'écoulement. En période de grandes crues, l'eau envahit la banquette de droite (A_2) et l'écoulement occupe la pleine largeur de la rivière. Il faut calculer le débit d'écoulement en utilisant les données de la figure 5.15.

Faisons d'abord les calculs directement sur la section totale :

$$A = A_1 + A_2 = (4,0\text{m} \cdot 16,0\text{m}) + (1,0\text{m} \cdot 16,0\text{m}) = 80,0\text{m}^2.$$

Le périmètre mouillé est

$$P = 4,0\text{m} + 16,0\text{m} + 3,0\text{m} + 16,0\text{m} + 1,0\text{m} = 40,0\text{m}.$$

Selon (5.1), le rayon hydraulique est

$$R_H = A/P = 80,0\text{m}^2/40,0\text{m} = 2,0\text{m}.$$

D'après l'équation de Manning (5.13) :

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{80,0\text{m}^2}{0,02} (2,0\text{m})^{2/3} (0,0001)^{1/2} = 63,5\text{m}^3/\text{s}$$

Faisons maintenant les calculs séparément pour chacune des sections.

$$A_1 = 16,0\text{m} \cdot 4,0\text{m} = 64,0\text{m}^2$$

$$P_1 = 16,0\text{m} + 4,0\text{m} + 4,0\text{m} = 24,0\text{m}$$

$$R_{H1} = A_1 / P_1 = 64,0\text{m} / 24,0\text{m} = 2,67\text{m}$$

$$Q_1 = (64,0\text{m}^2/0,02) \cdot (2,67\text{m})^{2/3} \cdot (0,0001)^{1/2} = 61,53\text{m}^3/\text{s}$$

$$A_2 = 1,0\text{m} \cdot 16,0\text{m} = 16,0\text{m}^2$$

$$P_2 = 1,0\text{m} + 16,0\text{m} + 1,0\text{m} = 18,0\text{m}$$

$$R_{H2} = A_2 / P_2 = 16,0\text{m}^2 / 18,0\text{m} = 0,89\text{m}$$

$$Q_2 = (16,0\text{m}^2 / 0,02) \cdot (0,89\text{m})^{2/3} \cdot (0,0001)^{1/2} = 7,4\text{m}^3/\text{s}$$

On constate que $Q_1 + Q_2 = 68,9\text{m}^3/\text{s} > Q = 63,5\text{m}^3/\text{s}$.

En fait, même si la deuxième méthode de calcul ne donne qu'une valeur approchée du débit réel, elle constitue la bonne méthode à adopter.

5.5.3.3 Calcul des dimensions d'un canal

Il s'agit d'un problème de conception proprement dit. En effet, le plus souvent le débit est fixé par les besoins et la disponibilité de la ressource. La pente est imposée car elle égale a priori la pente du terrain de pose. La rugosité de la conduite est dictée par le choix du matériau relié au type de projet. En utilisant toutes ces données, l'ingénieur doit trouver les dimensions économiques de l'ouvrage qui respectent certaines contraintes de fonctionnement.

Application 5.4

Un canal à section rectangulaire doit transporter un débit $Q = 0,40\text{m}^3/\text{s}$ sans dépasser une profondeur $y = 0,60\text{m}$. Le canal, dont le coefficient de Manning est $n = 0,016$, est installé selon une pente $S_0 = 0,05\%$. Il faut déterminer la largeur minimale B que l'on doit donner à ce canal.

La section du canal est $A = 0,60\text{m} \cdot B$.

Le périmètre mouillé est $P = 2 \cdot 0,60\text{m} + B$

Le rayon hydraulique est :

$$R_H = A / P = (0,60\text{m} \cdot B) / (2 \cdot 0,60\text{m} + B)$$

D'après l'équation de Manning (5.13) :

$$0,40\text{m} = \frac{B \cdot 0,60\text{m}}{0,016} \left(\frac{B \times 0,60\text{m}}{B + 2 \times 0,60\text{m}} \right)^{2/3} \cdot (0,0005)^{1/2}$$

Soit

$$0,67\text{m} = \frac{B^{5/3}}{(B + 1,2\text{m})^{2/3}}$$

On trouve par itérations : $B = 1,1\text{m}$.

5.5.3.4 Calcul du coefficient de Manning

Plusieurs paramètres ont été introduits pour caractériser le frottement de l'eau contre les parois et par conséquent les pertes de charge. Au chapitre 2 qui traite des écoulements en charge, on a utilisé la rugosité des parois ε et le coefficient de Hazen-Williams C_{HW} .

Pour les écoulements à surface libre, l'équation de Manning (5.13) qui permet de calculer la vitesse ou le débit fait intervenir le coefficient de Manning n pour caractériser la rugosité des parois. Tous ces coefficients ne sont pas directement accessibles à la mesure, même pour des conduites neuves.

Des expériences en laboratoire ou des mesures in situ permettent de calculer la valeur de ces paramètres en mesurant simultanément toutes les propriétés hydrauliques qui apparaissent dans les équations impliquées (5.12) ou (5.13). Ceci est aussi le cas pour une conduite existante dont le vieillissement modifie la rugosité. On sait que généralement la rugosité d'une conduite augmente avec l'âge mais il est impossible de connaître, autrement que par la mesure, le coefficient de Manning actuel.

Utilisant (5.13), le coefficient de Manning est:
$$n = \frac{A}{Q} R_H^{2/3} S^{1/2}$$

Dans le cas d'une conduite circulaire pleine, on a :

$$A = \pi D^2 / 4$$

et

$$R_H = D/4$$

Le coefficient de Manning s'exprime alors :

$$n = \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{D}{4} \right)^{2/3} \frac{S^{1/2}}{Q} = 0,3117 \frac{D^{8/3}}{Q} S^{1/2} \quad (5.14)$$

Application 5.5

Une conduite d'égout de longueur $L = 100,0\text{m}$ et de diamètre $D = 0,610\text{m}$ a été installée selon une pente $S_0 = 0,075\%$. Cette conduite véhicule un débit $Q = 0,20\text{m}^3/\text{s}$ avec une profondeur $y = 0,61\text{m}$, sans aucune mise en charge.

Trente années après son installation, la conduite n'est plus capable de véhiculer le débit initial de conception sans provoquer une mise en charge $\Delta H = 0,50\text{m}$ à son entrée.

Il faut calculer les coefficients de Manning initial et final si l'on suppose que l'écoulement à la sortie se fait toujours à surface libre et que les pertes de charge singulières sont négligeables.

Calculons d'abord le coefficient de Manning initial n_i en utilisant l'équation (5.14) :

$$n_i = 0,3117 \cdot (0,61\text{m})^{8/3} \cdot (0,00075)^{1/2} / 0,2\text{m}^3/\text{s} = 0,0114$$

Pour calculer le coefficient de Manning final n_f , il faut utiliser la pente de la ligne d'énergie S_f au lieu de S_0 :

$$S_f = \Delta H/L = 0,50\text{m} / 100\text{m} = 0,005.$$

En utilisant S_f dans l'équation (5.14), on obtient le nouveau coefficient de Manning :

$$n_f = 0,3117 \cdot (0,61\text{m})^{8/3} \cdot (0,005)^{1/2} / 0,2\text{m}^3/\text{s} = 0,0295$$

On constate que le coefficient de Manning a considérablement augmenté depuis l'installation de la conduite il y a trente ans.

Remarque

L'équation de Manning (5.13) qui a été proposée pour les écoulements à surface libre reste valable quand l'écoulement est en charge. Il suffit de remplacer dans ce cas la pente de la conduite S_0 par la pente de la ligne d'énergie $S_f = h_f / L$.

5.5.3.5 Calcul de la pente ou de la perte de charge

Ce calcul consiste à déterminer la pente nécessaire pour assurer le fonctionnement dans certaines conditions données d'écoulement à surface libre. Quand l'écoulement est en charge, ce calcul consiste à déterminer la ligne piézométrique. Utilisant (5.13), la pente s'exprime alors :

$$S = \left(\frac{nQ}{AR_H^{2/3}} \right)^2 \quad (5.15a)$$

Pour une conduite pleine, on peut écrire une formule pour le calcul de la pente S_f de la ligne d'énergie en se référant à l'équation (5.14) :

$$S_f = \left(\frac{nQ}{0,3117 \times D^{8/3}} \right)^2 \quad (5.15b)$$

Application 5.6

Un entrepreneur promet de corriger le problème de la conduite considérée dans l'application 5.5, en la réhabilitant par une méthode de tubage. Cette méthode consiste à introduire, à partir d'un regard, une nouvelle conduite en PVC à l'intérieur de la conduite existante. Malgré un diamètre plus petit ($D = 0,59\text{m}$), l'entrepreneur prétend qu'avec un coefficient de Manning plus faible ($n = 0,009$ pour le PVC), la mise en charge sera sensiblement diminuée. A-t-il raison?

Selon l'équation (5.15b) pour une conduite pleine :

$$S_f = \left(\frac{0,009 \cdot 0,2\text{m}^3/\text{s}}{0,3117 \cdot (0,59\text{m})^{8/3}} \right)^2 = 0,00055$$

Comme $S_f < S_0$, la pente de la ligne d'énergie est plus faible que la pente de la conduite et l'écoulement sera à surface libre. L'entrepreneur a donc raison.

Une autre façon de faire les calculs consiste à obtenir la nouvelle capacité de la conduite pleine mais à surface libre. Utilisant S_0 dans (5.14) :

$$Q = \frac{0,3117}{0,009} (0,59\text{m})^{8/3} \cdot (0,00075)^{1/2} = 0,232\text{m}^3/\text{s}$$

La capacité de la conduite réhabilitée étant supérieure au débit de conception $Q = 0,20\text{m}^3/\text{s}$, la conclusion précédente est confirmée.

5.5.4 Cas particulier de la forme circulaire

La section de forme circulaire a retenu plus particulièrement l'attention car elle est pratiquement adoptée pour toutes les conduites de drainage fabriquées aujourd'hui. L'usage des formules du tableau 5.1 pour calculer les caractéristiques géométriques d'une conduite de section circulaire pour différents degrés de remplissage n'est cependant pas aisé. C'est pour cette raison que le tableau 5.3 et la figure 5.16 seront utilisés pour résoudre tous les types de problèmes des conduites partiellement pleines. Ce tableau et cette figure expriment la relation qui existe entre la fraction de remplissage de la conduite y/D et les autres propriétés géométriques (A/A_p et R_H/R_{Hp}) et hydrauliques (V/V_p et Q/Q_p).

$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{A_p}$	$\frac{R_H}{R_{Hp}}$	$\frac{V}{V_p}$	$\frac{Q}{Q_p}$
0,05	0,0187	0,1302	0,2569	0,0048
0,10	0,0520	0,2541	0,4011	0,0209
0,15	0,0941	0,3715	0,5168	0,0486
0,20	0,1424	0,4824	0,6151	0,0876
0,25	0,1955	0,5865	0,7007	0,1370
0,30	0,2523	0,6838	0,7761	0,1968
0,35	0,3119	0,7740	0,8430	0,2629
0,40	0,3735	0,8569	0,9022	0,3370
0,45	0,4346	0,9323	0,9544	0,4165
0,50	0,5000	1,0000	1,0000	0,5000
0,55	0,5635	1,0595	1,0393	0,5857
0,60	0,6265	1,1105	1,0724	0,6718
0,65	0,6880	1,1526	1,0993	0,7564
0,70	0,7476	1,1849	1,1198	0,8372
0,75	0,8045	1,2067	1,1335	0,9119
0,80	0,8576	1,2167	1,1397	0,9775
0,85	0,9059	1,2131	1,1374	1,0304
0,90	0,9480	1,1921	1,1243	1,0658
0,95	0,9813	1,1458	1,0950	1,0745
1,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tableau 5.3 Propriétés géométriques et hydrauliques d'une conduite coulant partiellement pleine

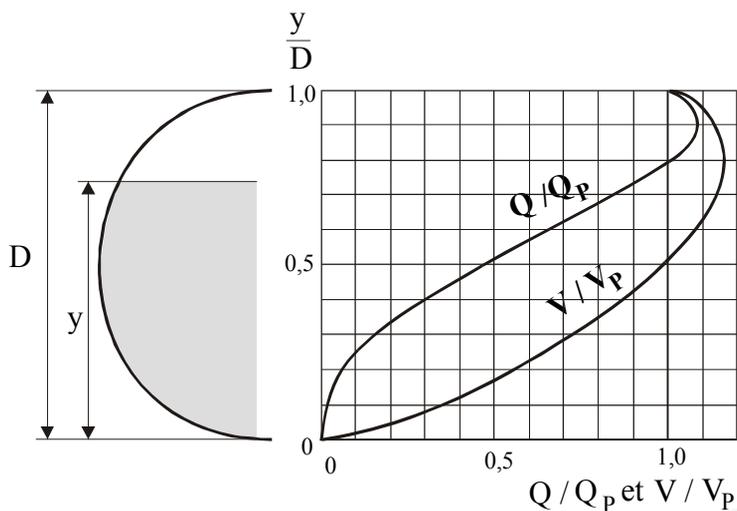


Fig. 5.16 Vitesse et débit d'écoulement dans une conduite de section circulaire partiellement pleine

Toutes les propriétés sont normalisées par rapport aux caractéristiques de la conduite pleine (indiquées par l'indice p) qui sont faciles à calculer. En effet :

$A_p = \pi D^2/4$, $R_{Hp} = D/4$ et par (4.12) et (4.13) on peut écrire :

$$V_p = \frac{0,3969}{n} D^{2/3} S_f^{1/2} \quad (5.16)$$

et

$$Q_p = \frac{0,3117}{n} D^{8/3} S_f^{1/2} \quad (5.17)$$

Remarque :

Le tableau 5.3 et la figure 5.16 ont été réalisés en supposant que le coefficient de Manning reste constant quand la profondeur et le débit d'écoulement varient. En réalité, ceci n'est pas le cas et il y a moyen de prendre en considération cette variation dans la relation entre le degré de remplissage et les propriétés hydrauliques (V et Q).

Application 5.7

Une conduite d'égout de longueur $L = 100\text{m}$ et de diamètre $D = 0,59\text{m}$ a été installée selon une pente $S_0 = 0,075\%$. Cette conduite, dont le coefficient de Manning est $n = 0,009$, doit drainer un débit $Q = 0,20\text{m}^3/\text{s}$. Il faut calculer la profondeur d'eau et la vitesse d'écoulement.

(Note : les données sont identiques à celles de l'application 5.5).

On commence par calculer V_p et Q_p par les relations (5.16) et (5.17), en utilisant S_0 :

$$V_p = \frac{0,3969}{0,009} (0,59\text{m})^{2/3} (0,00075)^{1/2} = 0,85\text{m/s}$$

$$Q_p = \frac{0,3117}{0,009} (0,59\text{m})^{8/3} (0,00075)^{1/2} = 0,232\text{m}^3/\text{s}$$

$$\text{Donc } Q/Q_p = 0,2\text{m}^3/\text{s} / 0,232\text{m}^3/\text{s} = 0,861$$

Par interpolation linéaire sur le tableau 5.3 on trouve:

$$y/D = 0,716, \quad \text{soit } y = 0,422\text{m}$$

$$V/V_p = 1,123, \quad \text{soit } V = 0,956\text{m/s}$$

5.5.5 Règles pratiques de dimensionnement des canaux

Pour choisir les dimensions et la pente d'un canal ou d'une galerie en fonction de conditions d'écoulement spécifiées, on admet que l'écoulement est uniforme.

Pour effectuer les calculs, on dispose de deux équations :

- Équation de calcul du débit $Q = V \cdot A$,
- Équation de Manning.

Avant d'accepter le choix final des dimensions d'un canal, il faut vérifier si la vitesse normale d'écoulement n'est ni trop petite pour produire la sédimentation des matières en suspension, ni trop grande pour causer l'érosion des parois.

Les vitesses d'écoulement recommandées dépendent de la nature des parois et du fond, ainsi que de la charge solide éventuelle que l'eau doit transporter sans déposition. Le tableau 5.4 fournit l'ordre de grandeur de la vitesse admissible en fonction de la nature des berges et des caractéristiques de l'effluent. Le lecteur intéressé par plus de détails, peut consulter des ouvrages spécialisés.

Matériau	n	Vitesse admissible (m/s)	
		Eau claire	Eau chargée de silts colloïdaux
Sable fin sans colloïdes	0,02	0,45	0,75
Terre sableuse non colloïdale	0,02	0,55	0,75
Terre silteuse non colloïdale	0,02	0,60	0,90
Silts alluvionnaires non colloïdaux	0,02	0,60	1,1
Terre organique lourde	0,02	0,76	1,1
Cendres volcaniques	0,02	0,76	1,1
Argile durcie très colloïdale	0,025	1,15	1,5
Silts alluvionnaires colloïdaux	0,025	1,15	1,5
Schistes argileux	0,025	1,85	1,85
Graviers fins	0,02	0,75	1,5
Terre caillouteuse non colloïdale	0,03	1,15	1,5
Silts caillouteux colloïdaux	0,03	1,2	1,7
Gravier grossier sans colloïdes	0,025	1,2	1,85
Petits enrochements en vrac	0,035	1,2	1,7

Réduire la vitesse de 25% si le canal est sinueux.

Augmenter la vitesse permise de 0,15m/s si la profondeur est > 0,9m.

Diminuer la vitesse permise si l'eau transporte des particules abrasives.

Tableau 5.4 Vitesses maximales acceptables pour canaux rectilignes, de pente modérée et stabilisée (Fortier and Scobey, 1926)

5.5.6 Forme optimale de la section d'un canal

Afin de réduire les coûts d'excavation et de matériaux de construction des canaux, on cherche à trouver la meilleure forme de la section pour véhiculer un débit donné. L'équation de Manning montre que pour la même section d'écoulement A , le débit d'écoulement est d'autant plus grand que le périmètre mouillé P est faible. Pour les canaux ouverts, on peut montrer de ce point de vue que la section la plus efficace est celle de forme semi-circulaire.

En prenant la forme semi-circulaire comme référence, les autres formes usuelles se situent dans l'ordre suivant :

		efficacité
-	section parabolique avec $y/B = 0,5$	0,986
-	section trapézoïdale avec $z = 0,58$; $b = 1,15y$	0,967
-	section triangulaire avec $z = 1$	0,923
-	section rectangulaire avec $b = 2y$	0,923

Le tableau 5.5 fournit les caractéristiques hydrauliques de la section optimale pour différentes géométries.

Forme de la section	Aire A	Périmètre mouillé P	Rayon hydraulique R_H	Largeur au plan d'eau B
Trapézoïde (demi hexagone)	$\sqrt{3} y^2$	$2\sqrt{3} y$	$y/2$	$4/3\sqrt{3} y$
Rectangle (demi carré)	$2 y^2$	$4 y$	$y/2$	$2 y$
Triangle (demi carré)	y^2	$2\sqrt{2} y$	$1/4\sqrt{2} y$	$2 y$
Demi cercle	$\pi/2 y^2$	πy	$y/2$	$2 y$
Parabole	$4/3\sqrt{2} y^2$	$8/3\sqrt{2} y$	$y/2$	$2\sqrt{2} y$

Tableau 5.5 Sections hydrauliques optimales

(adapté de Chow, 1988)

Pour comprendre comment les différentes caractéristiques des sections optimales sont calculées, considérons, à titre d'exemple, la section rectangulaire : la surface mouillée est $A = By$ et le périmètre mouillé est $P = B + 2y$.

La section optimale est celle qui offre le débit maximal pour une section A d'écoulement donnée. D'après l'équation de Manning, le débit est maximal, pour une section donnée, quand le périmètre mouillé P est minimal. En prenant la section d'écoulement A comme paramètre, l'expression du périmètre mouillé est : $P = A/y + 2y$.

P est minimal quand $dP/dy = -A/y^2 + 2 = 0$, ou $A/y^2 = 2$.

Or $A = By$.

Donc : $y = B/2$.

Il est important de souligner que ce critère d'optimalité n'est pas le seul qui détermine le choix de la forme de la section. L'érosion des berges traitée dans le paragraphe précédent ainsi que la facilité de manutention et de pose sont aussi des critères importants dont il faut tenir compte.

5.6 Notion d'énergie spécifique

5.6.1 Définition

L'énergie spécifique E (figure 5.17) est définie par :

$$E = y + V^2/2g. \quad (5.18)$$

Il s'agit donc de l'énergie totale amputée de l'énergie potentielle ($z = 0$). Compte tenu que $V = Q/A$, l'énergie spécifique s'écrit aussi :

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (5.19)$$

Comme A est fonction de la profondeur, on peut dire que $E = E(y)$ pour un débit fixe donné (canal prismatique).

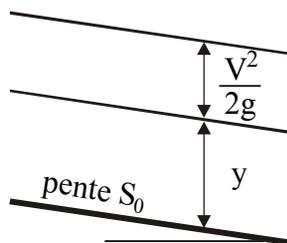


Fig 5.17 Énergie spécifique

5.6.2 Divers régimes d'écoulement

D'après la figure 5.18, on voit que pour une énergie spécifique donnée E , il existe deux profondeurs possibles, y_1 et y_2 , pour transporter un même débit Q . L'écoulement se fait avec l'une ou l'autre des profondeurs, y_1 ou y_2 , selon la rugosité et la pente du canal.

On voit aussi sur la figure 5.18 que pour assurer un débit donné Q , l'écoulement requiert une énergie minimale E_{minimale} à laquelle correspond une profondeur critique y_c et une vitesse critique V_c .

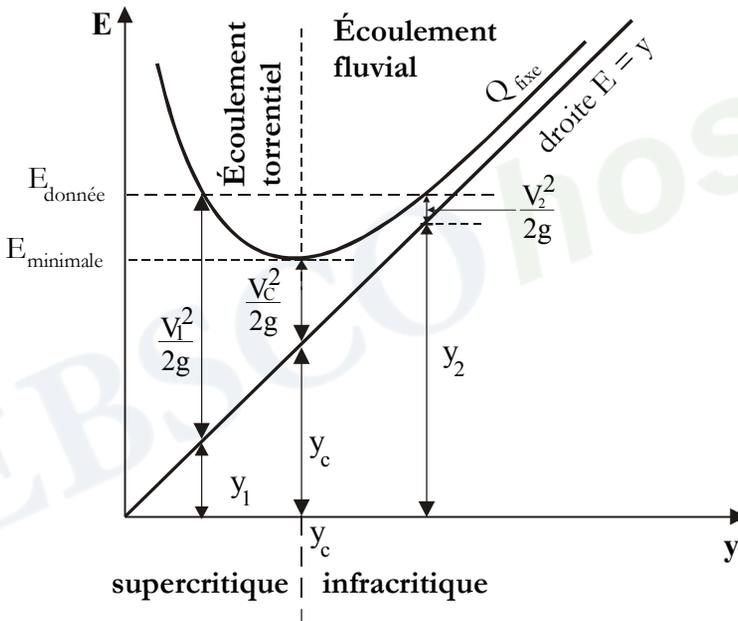


Fig. 5.18 Régimes d'écoulement dans les canaux

L'énergie spécifique E est minimale lorsque

$$\frac{dE}{dy} = 0 \quad (5.20)$$

En remplaçant l'énergie par son expression (5.19) dans (5.20), on obtient :

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dy} (A^{-2}) = 0$$

soit encore

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} = 0$$

Comme par définition $dA/dy = B$, B étant la largeur au plan d'eau du canal, on obtient la relation suivante :

$$\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad (5.21)$$

Le nombre de Froude « Fr » est un nombre sans dimensions défini par :

$$(Fr)^2 = \frac{BQ^2}{gA^3} \quad (5.22)$$

Comme $dE/dy = 1 - Fr^2$, trois cas peuvent se présenter :

- l'écoulement est fluvial quand $Fr < 1$; $dE/dy > 0$;
ce cas se trouve dans la branche où $V < V_c$, $y_n > y_c$, à la figure 5.18; les positions relatives de y_n et y_c sont illustrées sur la figure 5.19
- l'écoulement est critique quand $Fr = 1$, $V = V_c$, $y = y_c$;
ce cas se trouve au point le plus bas de la courbe où la pente est nulle à la figure 5.18; les positions relatives de y_n et y_c sont illustrées sur la figure 5.20
- l'écoulement est torrentiel quand $Fr > 1$, $dE/dy < 0$;
ce cas se trouve dans la branche où $V > V_c$, $y < y_c$ à la figure 5.18; les positions relatives de y_n et y_c sont illustrées sur la figure 5.21

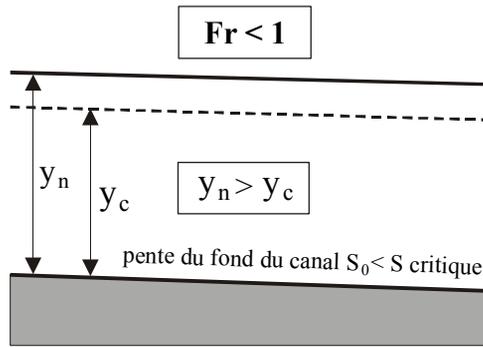


Fig. 5.19 Écoulement fluvial

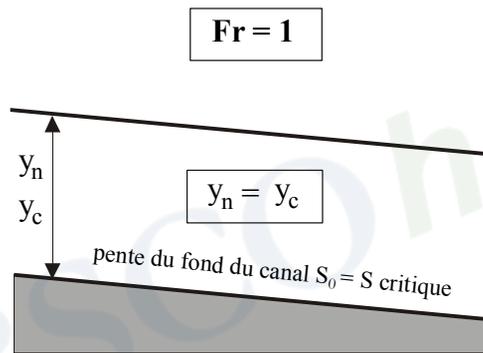


Fig. 5.20 Écoulement critique

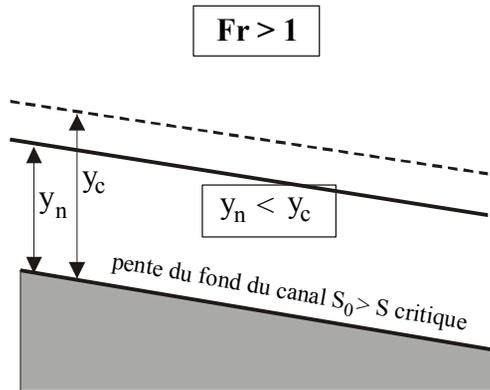


Fig. 5.21 Écoulement torrentiel

Copyright © 2007. Presses de l'université du Québec. All rights reserved. May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under U.S. or applicable copyright law.

5.6.3 Cas particulier de la section rectangulaire

Le calcul des propriétés hydrauliques critiques (y_c , V_c , E_c , S_c) requiert généralement des calculs itératifs ou l'utilisation d'abaques. La section rectangulaire est une des rares exceptions où les calculs sont explicites.

Quand l'écoulement est critique, la section d'écoulement A_c se calcule par la relation suivante :

$$A_c = B y_c \quad (5.23)$$

En substituant cette valeur de A_c dans la relation (5.21), on obtient :

$$y_c = \left(\frac{Q^2}{B^2 g} \right)^{1/3} \quad (5.24)$$

soit encore

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (5.25)$$

où q est le débit par unité de largeur du canal, appelé *débit unitaire* :

$$q = \frac{Q}{B} \quad (5.26)$$

En utilisant (5.25) et (5.26) dans (5.19), on peut calculer l'énergie spécifique critique :

$$E_c = \frac{3}{2} y_c \quad (5.27)$$

La vitesse critique peut alors se calculer par :

$$V_c = \frac{q}{y_c} = \sqrt{g y_c} \quad (5.28)$$

On peut aussi démontrer à partir de (5.27), que la hauteur critique y_c a comme valeur le double de la hauteur d'énergie cinétique. En effet, $y_c = (2/3)E_c$, donc $V_c^2/2g = (1/3)E_c$ et

$$y_c = 2 \left(\frac{V_c^2}{2g} \right) \quad (5.29)$$

Application 5.8

Dans un canal à section rectangulaire, l'eau s'écoule avec une profondeur uniforme $y = 0,9\text{m}$. La largeur du canal est $B = 2\text{m}$. La vitesse d'écoulement est $V = 2\text{m/s}$.

Il s'agit de

- calculer la profondeur critique de l'écoulement
- calculer la vitesse critique de l'écoulement
- qualifier l'écoulement

Solution :

a) D'après (5.26), $q = Q/B = vy = 2\text{m/s} \times 0,9\text{m} = 1,8\text{m}^3/\text{s/m}$

D'après (5.25), $y_c = (q^2/g)^{1/3} = [(1,8 \text{ m}^2/\text{s})^2 / 9,81\text{m}/\text{s}^2]^{1/3} = 0,69\text{m}$

b) D'après (5.28), $V_c = (gy_c)^{1/2} = (9,81\text{m}/\text{s}^2 \times 0,69\text{m})^{1/2} = 2,6\text{m/s}$

c) $V < V_c$, donc l'écoulement est fluvial ($y > y_c$).

5.6.4 Écoulement critique : cas général

De façon générale, faisant référence à l'équation (5.22), la profondeur critique y_c se calcule par la solution de l'équation

$$\frac{BQ^2}{gA^3} = 1 \quad (5.30a)$$

Dans cette équation, A et B dépendent de y et la solution doit être obtenue à l'aide d'une procédure itérative. Par exemple, pour le cas trapézoïdal,

$A = y(b + zy_c)$ et $B = b + 2zy_c$ et l'équation (5.30a) devient :

$$\frac{(b+2zy_c)Q^2}{gy^3(b+zy_c)^3} = 1 \quad (5.30b)$$

Il est impossible de trouver une relation explicite pour calculer la profondeur critique y_c en fonction des autres variables. En plus des procédures informatisées qui calculent y_c à l'aide d'une calculatrice programmable, on peut utiliser aussi les courbes de la figure 5.22 pour calculer la profondeur critique pour les sections géométriques courantes.

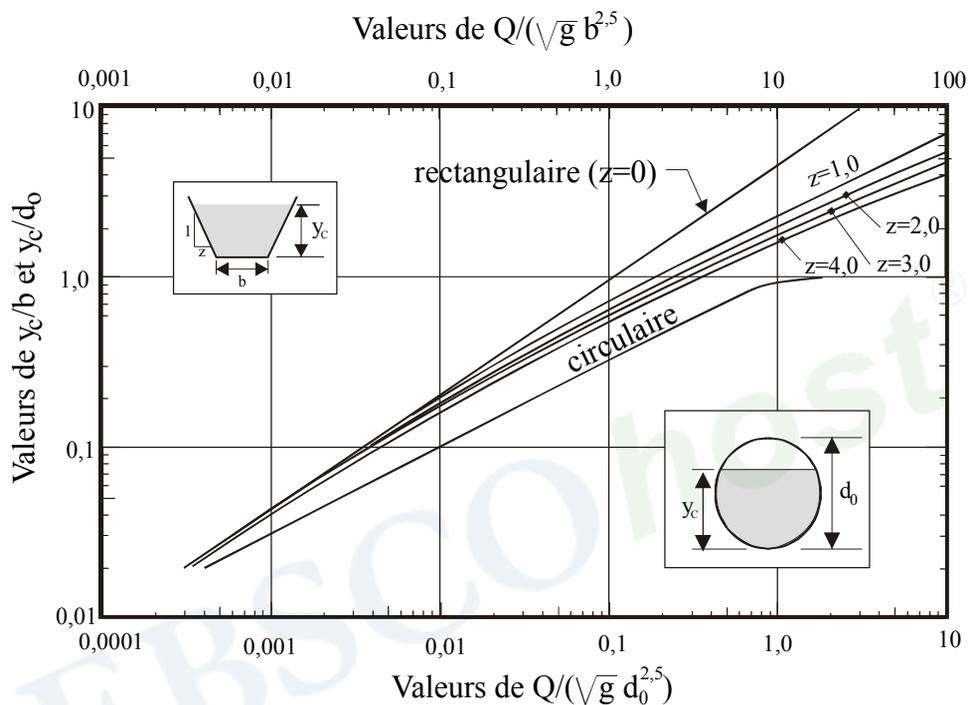


Fig. 5.22 Profondeur critique pour les canaux à ciel ouvert

Dans les sections composées, il peut y avoir plus d'une profondeur critique (voir Chaudry, 1993).

Application 5.9

Un canal ayant une section de forme trapézoïdale a un fond large de $b = 3,6\text{m}$. Ses côtés ont une pente de 1. Le débit est $Q = 10\text{m}^3/\text{s}$. Il faut calculer la profondeur critique y_c .

La profondeur critique est caractérisée par $Fr = 1$, soit $BQ^2/(gA^3) = 1$.

Prenant $g=10\text{m/s}^2$, on a selon l'équation (30.b) :

$$\frac{(b+2zy_c)Q^2}{gy_c^3(b+zy_c)^3} = 1$$

$$\frac{(3,6+2y_c) \cdot 10^2}{10y_c^3(3,6+y_c)^3} = 1$$

$$\text{soit } \frac{y_c^3(3,6+y_c)^3}{1,8+y_c} = 20,4 \quad (a)$$

La solution de l'équation (a) ne peut être obtenue que par une méthode itérative. En utilisant plutôt la figure 5.22, on calcule :

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} \frac{1}{b^{2,5}} = 0,1$$

La courbe pour $z = 1$ donne $y_c/b = 0,23$.

La première estimation de y_c est donc $y_c = 0,83\text{m}$.

Si on utilise cette valeur dans (a) on obtient 18,75 au lieu de 20,4.

En essayant 0,85m dans (a), on trouve 20,41, soit une solution pratiquement parfaite.

5.6.5 Interprétation de l'écoulement critique

La courbe de variation de l'énergie spécifique en fonction de la profondeur (figure 5.18) montre qu'au voisinage de l'écoulement critique, une petite variation de l'énergie E provoque une grande variation de la profondeur y . Ainsi, l'écoulement critique est instable avec l'apparition d'ondulations à la surface libre. Quand le nombre de Froude est inférieur à 0,86 ou supérieur à 1,13, ces instabilités disparaissent (U.S. Army Corps of Engineers, 1995).

Une des caractéristiques de *l'écoulement infracritique* est de propager les perturbations à l'écoulement vers l'amont et vers l'aval. *L'écoulement supercritique* ne propage les petites perturbations que vers l'aval. Cette remarque est très importante pour déterminer l'emplacement de la section de contrôle, particulièrement pour les écoulements dans les ponceaux.

L'application 5.10 qui suit, permet de comprendre la notion d'écoulement critique.

Application 5.10

Un débit $Q = 10\text{m}^3/\text{s}$ s'écoule dans un canal à section rectangulaire de largeur $B = 10\text{m}$ (figure 5.23a). La profondeur d'écoulement au point (1) est $y_1 = 2,0\text{m}$.

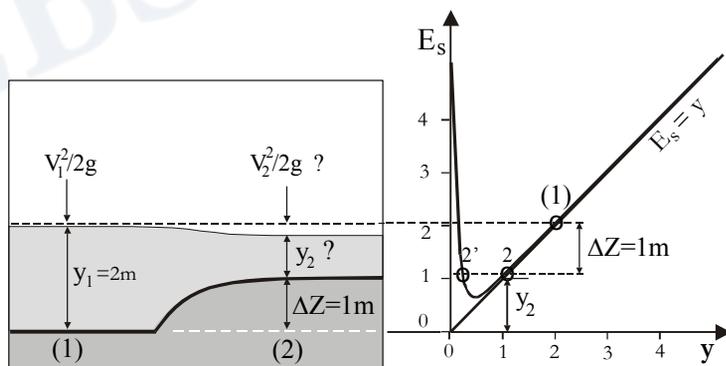


Fig. 5.23a Surélévation du fond du canal

1) On introduit une surélévation $\Delta Z = 1,0\text{m}$ au point 2. Quelle est la profondeur y_2 au point 2?

Construisons la courbe d'énergie spécifique $E_s(y)$.

La profondeur critique y_c se calcule par le relation (5.25) :

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad \text{où } q = Q/B = (10\text{m}^3/\text{s}) / 10\text{m} = 1,0\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$y_c = 0,46\text{m}$$

$$E_{\min} = (3/2)y_c = 0,69\text{m}.$$

On prend deux profondeurs plus faibles que y_c et deux plus élevées que y_c pour tracer la courbe $E_s(y)$.

Ainsi :

$y = 0,2\text{m}$	$V = 5,0\text{m/s}$	$V^2/2g = 1,25\text{m}$	$E_s = 1,45\text{m}$
$y = 0,3\text{m}$	$V = 3,33\text{m/s}$	$V^2/2g = 0,55\text{m}$	$E_s = 0,85\text{m}$
$y = 2,0\text{m}$	$V = 0,50\text{m/s}$	$V^2/2g = 0,0125\text{m}$	$E_s = 2,013\text{m}$
$y = 4,0\text{m}$	$V = 0,25\text{m/s}$	$V^2/2g = 0,002\text{m}$	$E_s = 4,002\text{m}$

Comme la profondeur au point (1) $y_1 = 2,0\text{m} > y_c = 0,46\text{m}$, l'écoulement est fluvial.

La figure 5.23a montre l'allure de la surface libre à la suite de l'introduction de la surélévation ΔZ dans le fond.

Par ailleurs, les valeurs de y et de E_s trouvées précédemment permettent de tracer la courbe $E_s(y)$.

Afin de déterminer analytiquement la profondeur inconnue y_2 , on applique l'équation de conservation d'énergie.

En négligeant les pertes de charge entre les sections 1 et 2, on écrit

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta Z \quad (a)$$

L'équation de continuité s'écrit :

$$V_1 y_1 = V_2 y_2 = q \quad (b)$$

En substituant (a) dans (b), on obtient :

$$2gy_2^3 + y_2^2 \left(2g \times \Delta Z - 2gy_1 - \frac{q}{y_1^2} \right) + q^2 = 0 \quad (c)$$

$$20y_2^3 - 20,25y_2^2 + 1,0 = 0$$

L'équation (c) possède 3 racines :

$$y_2 = 0,958, \quad y_2' = 0,2573, \quad y_2'' = -0,2028.$$

Il faut trouver parmi les deux solutions positives celle qui représente réellement la profondeur de l'écoulement au point 2.

La courbe de l'énergie spécifique $E_s(y)$ donne la réponse. En ôtant ΔZ à l'énergie spécifique au point 1, passe-t-on au point 2 ($y_2 = 0,958\text{m}$) ou 2' ($y_2' = 0,2573\text{m}$) ? Si le point cherché était 2', un point existerait entre les sections 1 et 2 où la chute de l'énergie spécifique serait supérieure à ΔZ , ce qui est impossible. C'est donc le point 2, où la profondeur $y_2 = 0,958\text{m}$, qui donne la solution.

On aurait pu d'ailleurs lire directement sur le graphique la solution approximative du problème.

2) Si l'on avait introduit une surélévation $\Delta Z = 1,3225\text{m}$, quelle aurait été la profondeur au point 2?

En négligeant les pertes de charge entre les points (1) et (2), l'équation d'énergie s'écrit::

$$E_2 = E_1 - \Delta Z = 2,0125\text{m} - 1,3225\text{m} = 0,69\text{m}$$

L'énergie au point 2 est $E_2 = E_{\min} = 0,69\text{m}$ calculée précédemment.

La profondeur en (2), y_2 , est par conséquent égale à la profondeur critique $y_c = 0,46\text{m}$ (figure 5.23b)

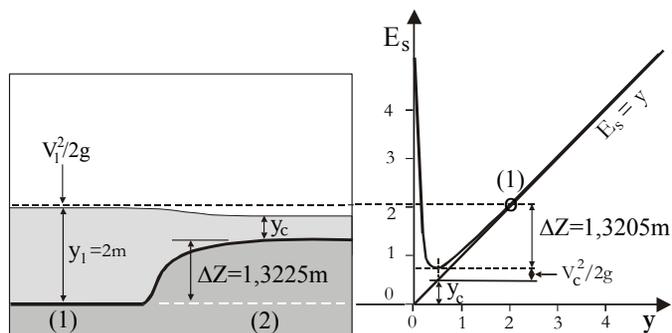


Fig. 5.23b Surélévation produisant un écoulement critique

3) Que se passe-t-il si l'on introduit une surélévation $\Delta Z = 1,5\text{m}$, comme illustré sur la figure 5.23c ?

L'énergie spécifique au point (2) est

$$E_2 = E_1 - \Delta Z = 2,0125\text{m} - 1,5\text{m} = 0,5125\text{m}.$$

Comme cette énergie est plus faible que l'énergie minimale nécessaire pour véhiculer le débit $Q = 10\text{m}^3/\text{s}$, le débit passant au-dessus de l'obstacle est réduit.

La nouvelle profondeur d'écoulement est $y_c = (2/3)E_2 = 0,3417\text{m}$.

Le débit unitaire réduit est $q = \sqrt{gy_c^3} = 0,63\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$. Le débit d'écoulement est

$$Q = Bq = 10\text{m} \cdot 0,63\text{m}^3/\text{s}/\text{m} = 6,3\text{m}^3/\text{s}$$

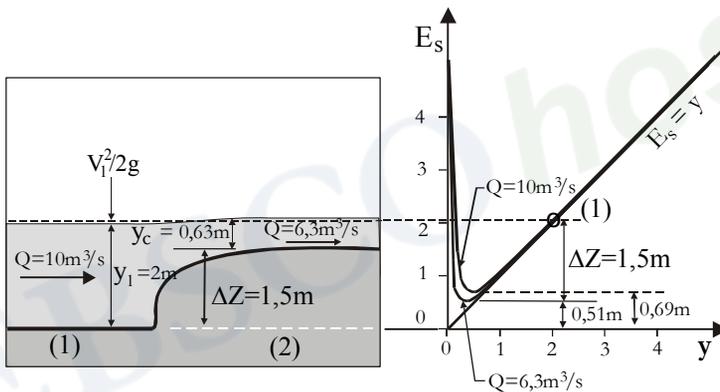


Fig. 5.23c Surélévation produisant un refoulement

La figure 5.23c montre que le nouveau point critique appartient à une courbe d'énergie spécifique tracée pour un débit $Q = 6,3\text{m}^3/\text{s}$.

Comme le débit amené par le canal est $Q = 10\text{m}^3/\text{s}$, la différence $\Delta Q = 10\text{m}^3/\text{s} - 6,3\text{m}^3/\text{s} = 3,7\text{m}^3/\text{s}$ va s'accumuler en amont de la surélévation. Quand l'énergie au-dessus de l'obstacle atteint de nouveau $E_{\min} = 0,69\text{m}$ et $y_c = 0,46\text{m}$, soit les valeurs critiques initiales pour faire passer le débit $Q = 10\text{m}^3/\text{s}$, le régime devient établi. L'énergie spécifique amont devient alors $E'_1 = E_{\min} + \Delta z = 0,69 + 1,5 = 2,19\text{m}$. La profondeur amont y_1 passe alors de $y_1 = 2,0\text{m}$ à $y_1 = 2,18\text{m}$.

On conclut donc que :

- 1- tant que la surélévation du fond reste inférieure ou égale à une certaine limite, en l'occurrence $\Delta Z = 1,3225\text{m}$, il n'y a pas de refoulement,
- 2- quelle que soit la hauteur de l'obstacle, supérieure à $\Delta Z = 1,3225\text{m}$, la profondeur y_2 sera toujours égale à la profondeur critique qui ne dépend que du débit; dans ce cas il y a refoulement.

5.6.6 Notion de pente critique

Pour une certaine valeur de la pente, la profondeur normale y_n est égale à la profondeur critique y_c . Cette valeur particulière de la pente du fond du canal est appelée pente critique S_c .

Quelle valeur doit prendre la pente du canal pour que la profondeur normale du courant considéré soit égale à la profondeur critique, c'est-à-dire pour que le régime y soit à la fois uniforme et critique? On recherche S_c en utilisant l'équation (5.13) :

$$S_c = \left(\frac{nQ}{A_c R_{H_c}^{2/3}} \right)^2 \quad (5.31)$$

La section critique A_c et le rayon hydraulique R_{H_c} sont calculés à l'aide de la profondeur y_c . Cette profondeur critique y_c est calculée à l'aide de l'équation (5.21).

Il est utile d'obtenir une relation explicite simple pour les canaux et rivières très larges par rapport à leur profondeur. Dans ce cas, le périmètre mouillé est

$$P = b + 2y \approx B \quad (5.32)$$

L'équation de Manning (5.13) s'écrit :

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S^{1/2} = \frac{A^{5/3}}{n} \frac{S^{1/2}}{P^{2/3}} \quad (5.33)$$

En écoulement critique :

$$Q = \frac{1}{n} \frac{(By_c)^{5/3}}{B^{2/3}} S_c^{1/2} \quad (5.34)$$

D'un autre côté, l'équation $Fr = 1$ ou $\frac{BQ^2}{gA^3} = 1$ fournit :

$$Q = \sqrt{\frac{gA^3}{B}} = g^{1/2} \frac{(By_c)^{3/2}}{B^{1/2}} \quad (5.35)$$

Les équations (5.34) et (5.35) étant égales, on obtient :

$$\frac{1}{n} \frac{(By_c)^{5/3}}{B^{2/3}} S_c^{1/2} = g^{1/2} \frac{(By_c)^{3/2}}{B^{1/2}}$$

et

$$S_c = \frac{gn^2}{y_c^{1/3}} \quad (5.36)$$

En remplaçant y_c par sa valeur en fonction du débit (5.25), la relation (5.36) devient :

$$S_c = \frac{g^{10/9} n^2}{q^{10/9}} \quad (5.37)$$

Comme S_c varie en fonction inverse du débit, un même cours d'eau peut présenter le caractère fluvial à l'étiage et le caractère torrentiel en période de crue. Associant ces définitions à celles données précédemment, on peut résumer :

Pente faible - régime fluvial : $S_0 < S_c$; $y_o > y_c$; $V < V_c$; $Fr < 1$

Pente forte - régime torrentiel: $S_0 > S_c$; $y_o < y_c$; $V > V_c$; $Fr > 1$

Pente critique - régime critique: $S_0 = S_c$; $y_o = y_c$; $V = V_c$; $Fr = 1$

Remarque

La relation (5.36) aurait pu être obtenue directement en substituant (5.32), (5.25) et (5.26) dans (5.31).

Application 5.11

Soit un canal rectangulaire de la largeur $B = 30,0\text{m}$ et de coefficient de Manning $n = 0,040$. Il faut calculer la pente critique pour les débits Q suivants : $30,0\text{m}^3/\text{s}$, $60,0\text{m}^3/\text{s}$ et $90,0\text{m}^3/\text{s}$.

En calculant le débit unitaire $q = Q/B$ et en utilisant la relation (5.37) on obtient :

Q (m^3/s)	q ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$)	S_c
30,0	1,0	0,0202
60,0	2,0	0,0094
90,0	3,0	0,0060

Cet exemple montre clairement que la notion de raideur ou douceur d'une pente n'est pas absolue mais dépend du débit. Une pente peut en effet être qualifiée de douce pour une valeur donnée du débit mais peut devenir raide pour une autre valeur du débit. En fait, plus le débit augmente, plus faible est la pente critique au-delà de laquelle l'écoulement est torrentiel.

5.7 Écoulement variant graduellement

5.7.1 Définition

Lorsque la surface libre de l'eau et le fond du canal ne sont pas parallèles, l'écoulement est dit *variant*. Quand la vitesse croît et, en corollaire, la profondeur diminue dans le sens de l'écoulement, ce dernier est accéléré. Dans le cas contraire, l'écoulement est retardé.

Quand la profondeur varie progressivement d'une section à l'autre, comme dans le bief de transition entre une rivière et un barrage, l'écoulement est dit *variant graduellement*.

5.7.2 Problématique

Quand l'écoulement est uniforme, la connaissance de la profondeur à un seul endroit permet de localiser la position de la surface libre de l'eau. Quand l'écoulement varie graduellement, la connaissance de la position de la surface libre de l'eau nécessite la connaissance de plusieurs profondeurs qui servent de points d'interpolation dans la procédure appelée « calcul de courbe de remous ». La connaissance de cette courbe de remous est essentielle pour les riverains qui risquent d'être inondés. Ce calcul peut épargner le coût de la mesure des niveaux ou renseigner sur les répercussions de différents scénarios d'aménagement et de gestion sur le risque d'inondation.

5.7.3 Calcul de la courbe de remous

5.7.3.1 Équation de la courbe de remous

La figure 5.24 montre la variation des différents paramètres de l'écoulement variant graduellement entre deux sections 1 et 2.

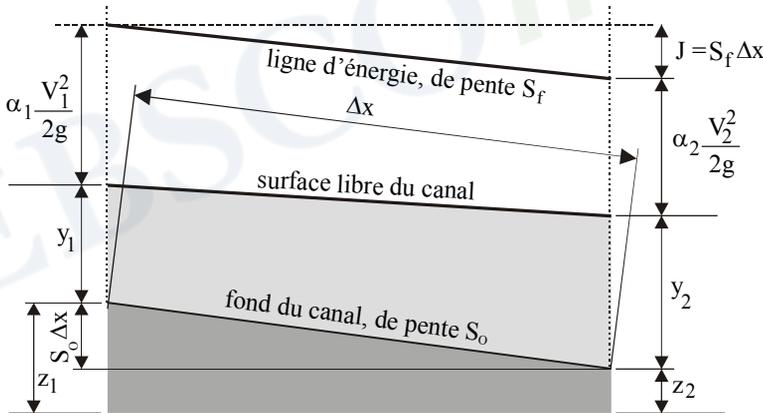


Fig. 5.24 Écoulement variant graduellement

Afin de développer l'équation différentielle du mouvement variant graduellement, on a recours aux hypothèses suivantes :

- 1) L'écoulement est permanent.
- 2) La pente de la ligne d'énergie à chaque point peut se calculer à l'aide de l'équation de Manning (5.13).

La première hypothèse signifie que toutes les propriétés de l'écoulement, et notamment le débit, sont invariantes dans le temps. On vise plutôt à déterminer comment se propage dans l'espace une perturbation introduite par une singularité (barrage, vanne...).

La deuxième hypothèse est utile pour pouvoir calculer la pente de la ligne d'énergie. L'équation de Manning qu'on propose d'utiliser a été développée pour l'écoulement uniforme où la profondeur d'écoulement reste constante dans l'espace et dans le temps. On peut utiliser l'équation de Manning dans un écoulement variant graduellement qu'on suppose comme une succession d'écoulements uniformes où la profondeur normale varie d'un petit tronçon à l'autre.

Finalement les hypothèses faites auparavant pour l'écoulement uniforme sont maintenues (pente du canal faible et coefficient de Manning constant avec la profondeur).

L'équation de Bernoulli appliquée dans ces conditions entre les sections 1 et 2 séparées d'une longueur Δx s'écrit, en supposant le coefficient de répartition des vitesses $\alpha = 1$ pour toutes les sections :

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta x \quad (5.38)$$

ou encore

$$\frac{\Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta}{\Delta x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = - S_f \quad (5.39)$$

En prenant deux sections très rapprochées, l'équation (5.39) devient :

$$\frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = - S_f \quad (a)$$

Par définition, on a :

$$\frac{dz}{dx} = - S_0 \quad (b)$$

où S_0 est la pente du canal.

Par ailleurs, la règle de dérivation d'une fonction composée nous permet d'écrire :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \frac{dy}{dx} + \frac{Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx} \quad (c)$$

Or, tel qu'établi dans (5.20),

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{V^2}{2g} \right) = -Fr^2 \quad (d)$$

En substituant (b), (c) et (d) dans (a), on obtient :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - \frac{Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{1 - Fr^2} \quad (5.40)$$

Avec l'obtention de cette équation, on n'est pas loin du but recherché. On voulait déterminer la profondeur y à différentes distances x d'un repère. L'équation (5.40) fournit la dérivée dy/dx qu'il faut intégrer pour atteindre le but recherché.

Le terme dQ/dx représente le débit ajouté ou déversé par unité de longueur.

Pour simplifier l'intégration, on suppose dorénavant qu'il n'y a ni apport ni perte de débit latéral, si bien que $dQ/dx = 0$.

5.7.3.2 Forme générale de la courbe de remous

Avant de passer en revue les différentes techniques d'intégration pour obtenir $y(x)$, examinons l'équation (5.40) pour dégager les différentes formes possibles de la surface libre. Cet examen est essentiel pour mener adéquatement les calculs de la courbe de remous. On fait l'hypothèse que la pente de la ligne d'énergie S_f peut se calculer par la même formule que celle utilisée pour l'écoulement uniforme, soit l'équation de Manning (5.13) où A et R_H sont la section et le rayon hydraulique calculés pour une profondeur courante h . L'équation (5.13) est reproduite ici par mesure de commodité comme équation (5.41a) :

$$Q = \frac{1}{n} A R_H^{2/3} S_f^{1/2} \quad (5.41a)$$

En écrivant A_n et R_{Hn} pour l'écoulement uniforme avec une profondeur h_n , on obtient :

$$Q = \frac{1}{n} A_n R_{Hn}^{2/3} S_0^{1/2} \quad (5.41b)$$

En égalisant les deux membres de droite des équations (5.41a) et (5.41b), on obtient $AR_H^{2/3} S_f^{1/2} = A_n R_{Hn}^{2/3} S_0^{1/2}$, soit encore :

$$\frac{S_f}{S_0} = \left(\frac{R_{Hn}}{R_H} \right)^{4/3} \left(\frac{A_n}{A} \right)^2 \quad (5.42)$$

D'après (5.42) il est clair que

- lorsque $h = h_n$, $S_f = S_0$ (fait déjà connu),
- lorsque $h > h_n$, on a $S_0 > S_f$,
- lorsque $h < h_n$, on a $S_0 < S_f$.

Par ailleurs on a déjà établi, en étudiant la notion de pente critique à la section 5.6.6, que :

- lorsque $Fr^2 = 1$, on a $h = h_c$,
- lorsque $Fr^2 > 1$, on a $h < h_c$,
- lorsque $Fr^2 < 1$, on a $h > h_c$.

Considérons maintenant une pente douce (« mild slope ») et examinons sur la figure 5.25 les différents types de courbes de remous qu'il est possible de rencontrer (courbes de type M)

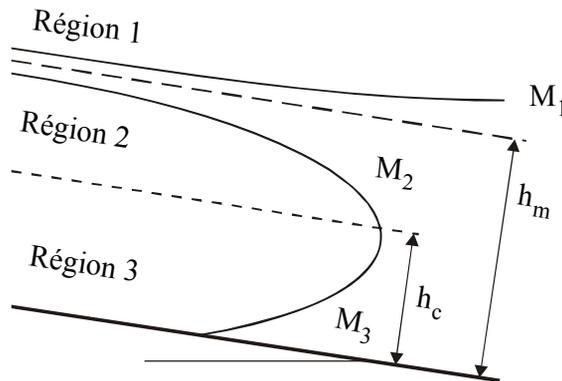


Fig. 5.25 Courbes de remous de type M

Trois cas peuvent se présenter :

1) $b > h_n > h_c$:

La courbe se trouve dans la région 1 (figure 5.25).

Puisque $h > h_n$, $S_0 - S_f > 0$.

Puisque $h > h_c$, $1 - Fr^2 > 0$.

Il en résulte d'après (5.40) que $dy/dx > 0$. La profondeur augmente donc dans la direction de l'écoulement comme l'indique la courbe M_1 .

Lorsque h tend vers h_n et S_f tend vers S_0 , l'équation (5.40) montre que dy/dx tend vers 0, ce qui veut dire que la profondeur de l'eau tend vers la profondeur normale comme asymptote.

Lorsque h tend vers une valeur infinie, S_f tend vers 0 et Fr tend vers 0, si bien que dy/dx tend vers S_0 . La surface libre de l'eau tend alors vers l'horizontale (puisque dy/dx est la pente de la surface libre par rapport au fond du canal).

La courbe de remous de type M_1 se rencontre, par exemple, en amont d'un barrage.

2) $h_c < b < h_n$:

La courbe de remous se trouve dans la région 2 (figure 5.25).

Puisque $h < h_n$, $S_0 - S_f < 0$.

Puisque $h > h_c$, $1 - Fr^2 > 0$.

Il en résulte d'après (5.40) que $dy/dx < 0$. La profondeur de l'eau diminue donc dans la direction de l'écoulement, comme le montre la courbe M_2 . Ce genre de courbe se rencontre lors d'un changement de pente (de douce à raide) ou lors d'une chute à la fin d'un canal.

3) $b < h_c < h_n$:

La courbe de remous se trouve dans la région 3 (figure 5.25).

Puisque $h < h_n$, $S_0 - S_f < 0$.

Puisque $h < h_c$, $1 - Fr^2 < 0$.

D'après (5.40), dy/dx est donc positif. Par conséquent, la profondeur de l'eau augmente dans la direction de l'écoulement, comme le montre la courbe M_3 . Ce genre de courbe se rencontre à la sortie d'une vanne ou au pied d'un barrage-déversoir.

Avec un raisonnement similaire on peut trouver les différentes formes de la surface libre de l'eau pour une pente raide (steep slope), une pente critique, un fond horizontal et une pente adverse. Les différentes formes sont présentées dans la figure 5.26.

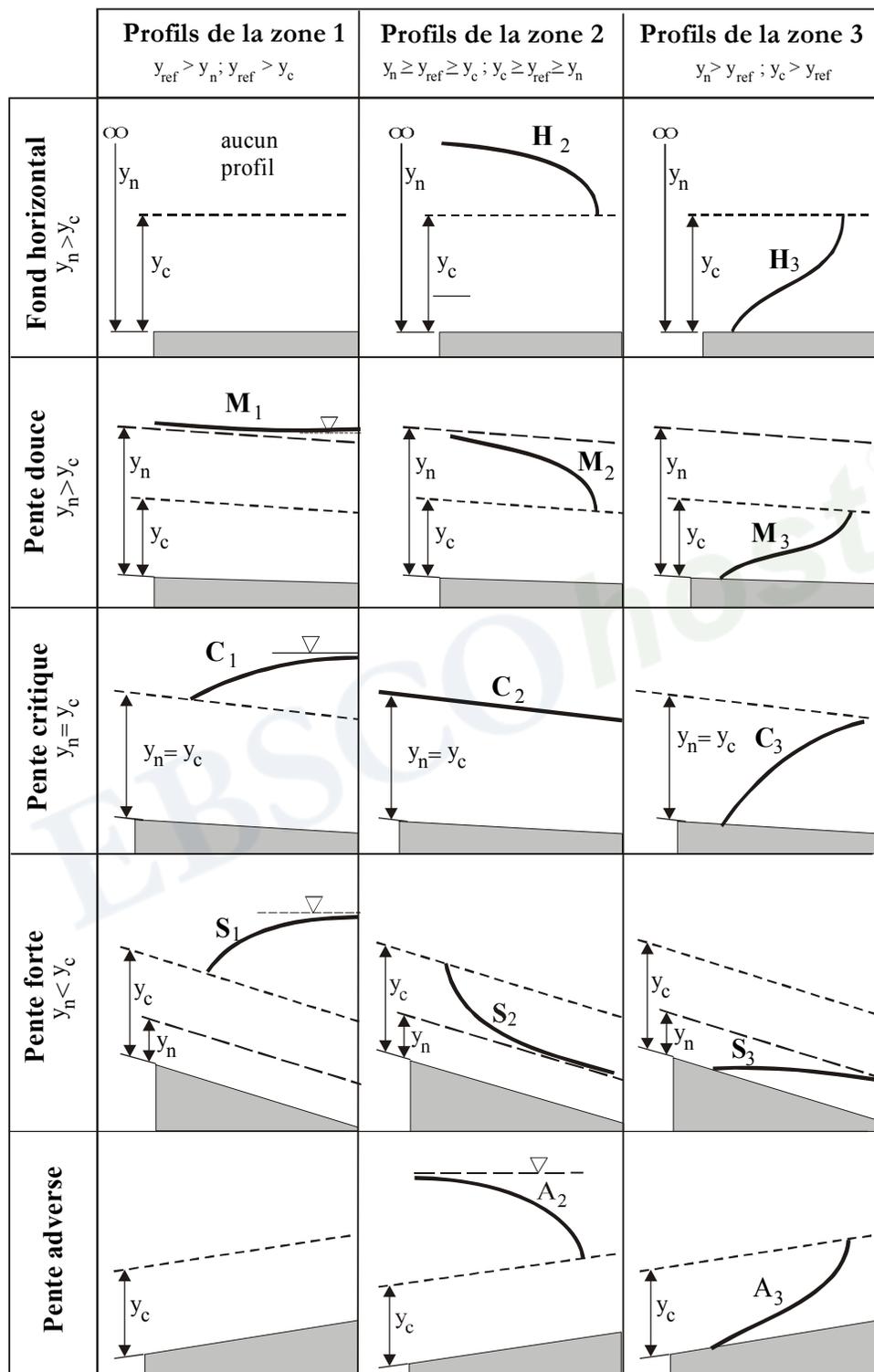


Fig. 5.26 Formes de la surface libre (y_{ref} = profondeur de référence)

5.7.3.3 Solution de l'équation différentielle du mouvement

A) Méthode indirecte d'intégration numérique pour les canaux prismatiques.

Réécrivons l'équation (5.40) à résoudre, en considérant $dQ/dx = 0$:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \quad (5.43)$$

En tenant compte de l'hypothèse que la pente de la ligne d'énergie S_f peut être calculée pour chaque profondeur en utilisant l'équation de Manning (5.13), l'équation (5.43) devient en différences finies:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{S_0 - \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}}}{1 - \frac{Q^2 B}{g A^3}} \quad (5.44)$$

Dans cette équation, les données du problème, pour une section rectangulaire à titre d'exemple, sont normalement Q , n , B , g , S_0 et Δx .

On connaît la profondeur y_1 en un point 1 et on cherche la profondeur y_2 à une distance Δx du point 1. La difficulté provient du fait qu'on est incapable d'estimer directement le rayon hydraulique R_H et la section mouillée A qui dépendent de l'inconnue y_2 .

Une manière de contourner cette difficulté consiste à inverser le problème en réécrivant l'équation (5.44) sous la forme suivante :

$$\Delta x = \Delta y \frac{1 - \frac{Q^2 B}{g A^3}}{S_0 - \frac{n^2 Q^2}{A^2 R_H^{4/3}}} \quad (5.45)$$

Plutôt que de chercher y_2 , on se donne une valeur arbitraire mais raisonnable de y_2 et on calcule la distance Δx à laquelle cette profondeur y_2 sera observée. On calcule ainsi une profondeur moyenne y_{moy} par la relation :

$$y_{moy} = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad (5.46)$$

Cette valeur y_{moy} permet de calculer A_{moy} et R_{Hmoy} . D'une manière plus détaillée, cette méthode consiste à procéder selon les étapes suivantes :

- 1) Calculer y_c et y_n afin de caractériser la pente S_0 du canal.
- 2) Identifier le type de courbe de remous à l'aide de la profondeur y_{ref} qui doit être connue soit à l'amont soit à l'aval du bief de canal sur lequel se fait l'intégration.
- 3) Si y_{ref} est connue à l'amont, on procède comme suit :
 - a) $y_1 = y_{\text{ref}}$
 - b) $y_2 = y_1 \pm \Delta y$ (le signe dépend du type de courbe de remous).
 - c) $y_{\text{moy}} = (y_1 + y_2)/2$.
 - d) Calculer A_{moy} , R_{Hmoy} .
 - e) Calculer Δx à l'aide de la relation (5.45), utilisant y_{moy} .
 - f) Ajouter Δx aux Δx cumulés jusqu'à cette étape.
Si la somme est inférieure à la longueur L du bief d'intégration, on continue : y_2 devient y_1 pour l'étape suivante d'intégration et on recommence en b).

Si y_{ref} est connue à l'aval, la procédure est similaire sauf qu'il faut considérer l'étape b) en inversant les rôles de y_1 et de y_2 et il faut substituer y_2 à y_1 à l'étape a).

B) Méthode pour les canaux non prismatiques

La méthode de solution de l'équation du mouvement exposée précédemment a l'avantage d'être simple mais elle se limite aux canaux prismatiques. De plus, elle ne permet pas de calculer directement la profondeur de l'eau à un endroit ciblé. La méthode itérative suivante permet d'éviter ces contraintes.

L'équation de Bernoulli entre deux sections (1) et (2) s'écrit :

$$y_1 + \alpha_1 \frac{Q^2}{2gA_1^2} + S_0 \Delta x = y_2 + \alpha_2 \frac{Q^2}{2gA_2^2} + S_f \Delta x + h_s \quad (5.47)$$

h_s étant la perte de charge singulière due aux changements de section ou de direction.

En général, quand l'écoulement est torrentiel, on doit calculer les profondeurs d'eau en allant de l'amont vers l'aval. Quand l'écoulement est fluvial, on doit procéder de l'aval vers l'amont comme suit, en posant :

$$y_2 = y_{\text{ref}}$$

- 1- attribuer une valeur à y_1 ,
- 2- utiliser y_1 et y_2 pour calculer A_1 , A_2 , h_s , S_{f1} et S_{f2} , à l'aide de l'équation de Manning, puis $S_f = (S_{f1} + S_{f2})/2$,
- 3- si l'équation (5.47) est vérifiée à une tolérance près, on arrête les calculs; sinon, on modifie y_1 et on recommence à l'étape 2.

Quand l'écoulement est torrentiel, la procédure est similaire en partant de la profondeur y_1 qui doit être connue.

Il s'agit, bien évidemment, de calculs itératifs qui sont intégrés dans des logiciels tels que HEC-RAS (U.S. Army, 1995).

Application 5.12

Il faut trouver le type de courbe de remous pour le canal de section rectangulaire ayant les propriétés suivantes :

$$S_o = 0,005 \quad n = 0,025 \quad B = 5,0\text{m} \quad y_{\text{ref}} = 4,0\text{m}$$

Le débit est de $20,0\text{m}^3/\text{s}$.

Solution :

Pour une section rectangulaire, $y_c = (q^2/g)^{1/3}$

Avec $q = Q/B = (20,0\text{m}^3/\text{s})/5,0\text{m} = 4,0\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$,

$$y_c = (4,0^3/9,81)^{1/3} = 1,177\text{m}.$$

À l'aide de la figure 5.14, on calcule y_n

$$\frac{nQ}{\sqrt{S_o} b^{8/3}} = \frac{0,025 \cdot 20}{\sqrt{0,005} \cdot 5^{8/3}} = 0,0967$$

$$\text{donc } y_n/b = 0,23 \text{ et } y_n = 1,15\text{m}$$

Puisque $y_n < y_c$, la pente du canal est raide. Comme $y_{\text{ref}} > y_c$, la courbe de remous est de type S1 d'après la figure 5.26.

5.8 Écoulement variant brusquement

5.8.1 Définition du ressaut hydraulique

L'écoulement variant brusquement a été défini et décrit au début de ce chapitre (section 5.1). Une importante manifestation de ce type d'écoulement est le ressaut hydraulique.

Le *ressaut hydraulique* est une surélévation brusque de la surface libre d'un courant survenant lorsqu'un régime torrentiel devient fluvial sur une courte distance. Des courbes de remous illustrant ce phénomène sont montrées sur la figure 5.27.

Le ressaut hydraulique peut se produire dans différentes circonstances : par exemple au pied d'un barrage-déversoir (figure 5.27) ou à l'aval d'un écoulement en-dessous d'une vanne de fond ou encore dans un canal à forte pente débouchant dans un écoulement fluvial.

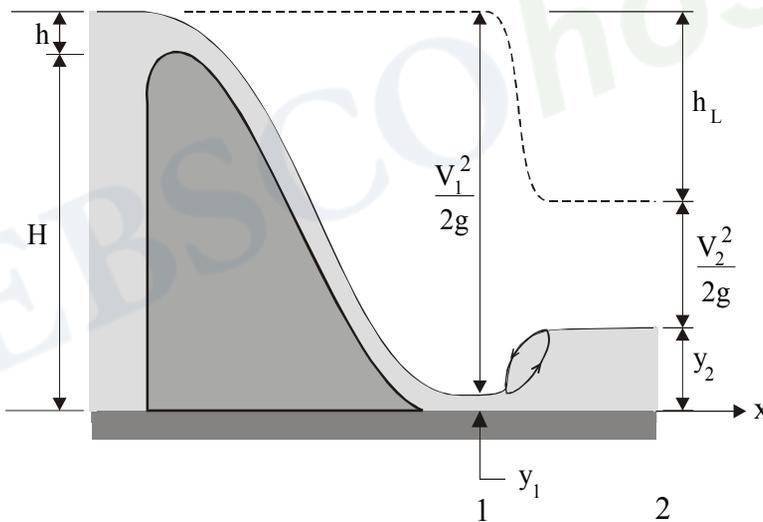


Fig. 5.27 Ressaut hydraulique au pied d'un barrage-déversoir

La ligne d'énergie, indiquée en pointillé sur la figure 5.27, montre que le ressaut hydraulique provoque une dissipation d'énergie par turbulence (h_L).

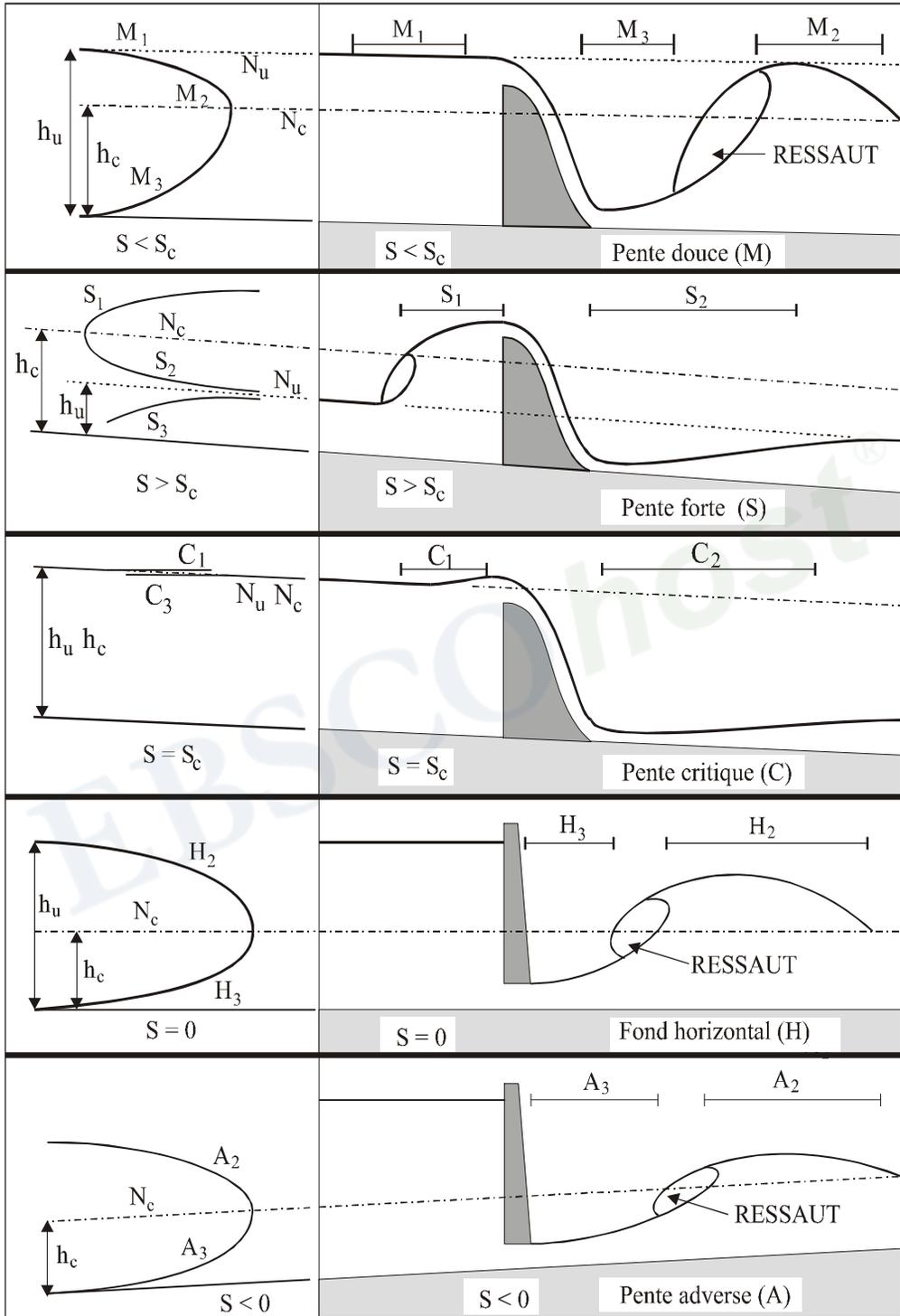


Fig. 5.28 Exemples de courbes de remous avec ressaut hydraulique

Copyright © 2007. Presses de l'université du Québec. All rights reserved. May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under U.S. or applicable copyright law.

5.8.2 Profondeurs conjuguées

On appelle *profondeurs conjuguées* les profondeurs y_1 et y_2 observées respectivement en amont et en aval du ressaut hydraulique (figure 5.27).

Pour trouver la relation entre les deux profondeurs conjuguées y_1 et y_2 pour un canal rectangulaire, écrivons l'équation de la quantité de mouvement pour un volume de contrôle compris entre les sections 1 et 2 (figure 5.27) :

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = \rho Q (\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1) \quad (5.48)$$

où \mathbf{F}_{ext} représente les forces extérieures.

La pente étant faible et la distance courte entre les sections 1 et 2, on néglige les forces de gravité et de frottement dans la direction de l'écoulement x . Dans ce cas, la somme des forces extérieures se résume aux forces de pression dont le bilan est :

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = \rho g B \left(\frac{y_1^2 - y_2^2}{2} \right) = \rho Q (V_2 - V_1) \quad (5.49)$$

En tenant compte de l'équation de continuité entre les sections 1 et 2 :

$$V_2 = V_1 (y_1/y_2),$$

l'équation (5.49) s'écrit :

$$\frac{y_1^2 - y_2^2}{2} = \frac{Q}{gB} \left(V_1 \frac{y_1}{y_2} - V_1 \right) = \frac{QV_1}{gB} \left(\frac{y_1 - y_2}{y_2} \right)$$

Substituant le débit unitaire (5.26) et se rappelant que :

$$(y_1^2 - y_2^2) = (y_1 - y_2)(y_1 + y_2)$$

on obtient :

$$\frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{qV_1}{gy_2} \quad (5.50)$$

Substituant $V_1 = q/y_1$ dans (5.50), on obtient :

$$y_1 y_2 \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \frac{q^2}{g} \quad (5.51)$$

En utilisant l'expression (5.25) pour y_c , l'équation (5.51) s'écrit aussi :

$$y_1 y_2 \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) = y_c^3 \quad (5.52)$$

Les relations (5.51) ou (5.52) permettent de calculer une des profondeurs conjuguées (y_1 ou y_2) quand on connaît l'autre.

5.8.3 Perte d'énergie dans le ressaut hydraulique

La perte d'énergie dans le ressaut hydraulique se calcule en appliquant l'équation de Bernoulli entre les sections 1 et 2 (figure 5.27) :

$$\Delta H = \left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1 + z_1 \right) - \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2 + z_2 \right) \quad (5.53)$$

On néglige la variation de l'énergie potentielle sur une courte distance, de telle sorte que $z_1 = z_2$. Prenant en considération les équations (5.51) et (5.53), développées pour une section rectangulaire, ainsi que l'équation de continuité écrite sous la forme $y_1 V_1 = y_2 V_2$, on obtient l'expression suivante pour la perte de charge h_L :

$$h_L = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \quad (5.54)$$

La longueur L du ressaut hydraulique est estimée par la formule suivante (Chin, 2000) :

$$L = 6y_2$$

tant que

$$4,5 < Fr < 13$$

Application 5.13

Le canal de fuite d'une centrale hydroélectrique a une section de forme rectangulaire de largeur 30,0m.

Le débit unitaire et la vitesse sont respectivement 2,75m³/s/m et 6,0m/s. Il faut trouver la hauteur du ressaut hydraulique et la puissance qui y est perdue (en kW).

La profondeur y_1 juste en avant du ressaut est

$$y_1 = q/V_1 = (2,75\text{m}^3/\text{s}/\text{m}) / 6,0\text{m}/\text{s} = 0,458\text{m}.$$

La profondeur conjuguée y_2 se calcule par l'équation (5.51) :

$$\frac{(2,75\text{m}^3/\text{s}/\text{m})^2}{9,81\text{m}/\text{s}^2} = 0,458\text{m} \cdot y_2 \left(\frac{0,458\text{m} + y_2}{2} \right)$$

soit

$$0,771\text{m}^3 = 0,458\text{m} \cdot y_2 \left(\frac{0,458\text{m} + y_2}{2} \right)$$

c'est-à-dire une équation du second degré :

$$y_2^2 + 0,458y_2 - 3,366 = 0.$$

La racine positive de cette équation est $y_2 = 1,62\text{m}$.

La hauteur du ressaut est $h = y_2 - y_1 = 1,62\text{m} - 0,458\text{m} = 1,16\text{m}$.

L'énergie perdue dans le ressaut se calcule par l'équation (5.54)

$$h_L = \frac{(1,62\text{m} - 0,458\text{m})^3}{4 \cdot 1,62\text{m} \cdot 0,458\text{m}} = 0,53\text{m}$$

La puissance perdue est donc

$$P = \rho g Q h_L =$$

$$1000\text{kg}/\text{m}^3 \cdot 9,81\text{m}/\text{s}^2 \cdot 2,75\text{m}^3/\text{s}/\text{m} \cdot 30,0\text{m} \cdot 0,53\text{m} = 429\text{kW}.$$

5.8.4 Bassin d'amortissement

Les vitesses à l'aval du ressaut (régime fluvial) sont inférieures aux vitesses à l'amont du ressaut (régime torrentiel). Cette propriété fait utiliser le ressaut comme dissipateur d'énergie pour réduire la vitesse de la lame d'eau à l'aval d'un coursier d'évacuateur de crue, d'une vanne de fond ou à la sortie d'un ponceau (figure 5.29).

Afin de confiner le ressaut hydraulique dans un espace déterminé et éviter l'affouillement de l'ouvrage et l'érosion des berges on construit un bassin d'amortissement dont les caractéristiques sont spécifiées par le Bureau Américain de Réclamation (USBR, 1987).

Selon la valeur du nombre de Froude l'aménagement du bassin d'amortissement se fera selon une des quatre configurations exposées ci-après.

Quand le nombre de Froude est inférieur à 2,5, il n'est pas nécessaire d'incorporer des aménagements spéciaux dans le bassin d'amortissement. Ce bassin de type I doit cependant avoir une longueur suffisante d'au moins $4y_2$ pour contenir le ressaut.

Pour des nombres de Froude supérieurs à 4,5 et des vitesses d'écoulement à l'entrée supérieures à 15m/s le bassin de type II peut réduire la longueur L de 30% par rapport à un bassin ordinaire de type I (fig. 5.30). Cette longueur L_{II} se calcule par l'une ou l'autre de deux formules suivantes selon la valeur du nombre de Froude F_r , en amont du ressaut.

$$L_{II} = D_2 [4 + 0,055 (Fr_1 - 4,5)] \quad \text{si} \quad 4,5 < Fr_1 < 10;$$

$$L_{II} = 4,35 D_2 \quad \text{si} \quad Fr_1 > 10$$

D_1 et D_2 représentent respectivement les profondeurs y_1 et y_2 dans les équations (5.51) à (5.54).

Les blocs de chute situés à l'entrée du bassin servent de déflecteurs pour diriger une partie de l'eau dans le sens vertical et amorcer le mouvement tourbillonnaire du ressaut. Le seuil terminal denté est incliné selon une pente 2:1