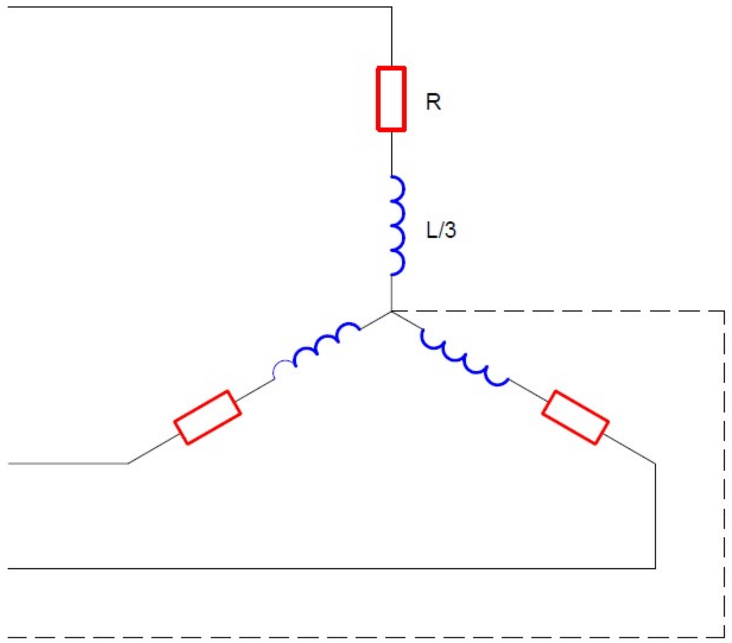
Chapitre IV : Réseau triphasé équilibré

Exercice 1 :

1) le schéma équivalent en étoile du récepteur :



2) L'expression de l'impédance complexe Z de la bobine :

$$\overline{Z} = R + j\frac{L\omega}{3}$$

Le module : $|\overline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L\omega}{3}\right)^2} \Rightarrow |\overline{Z}| = 10{,}21\ A$

L'argument : $\varphi = \arg \overline{Z} = arctg\left(\frac{L\omega}{3R}\right) = 11{,}82°$

3) Calculons la valeur efficace de I :
D'après la loi d'Ohm :

$$\overline{V} = \overline{Z}.\overline{I}$$

$$\Rightarrow V = |\overline{Z}|.I \quad \Rightarrow I = \frac{V}{|\overline{Z}|} = \frac{U}{\sqrt{3}|\overline{Z}|} \quad \Rightarrow I = 21{,}48\ A$$

La valeur efficace de J :

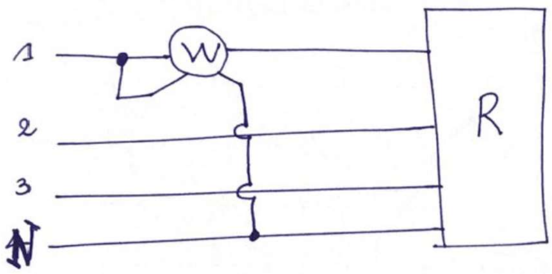
$$J = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{21{,}48}{\sqrt{3}} = 12{,}41\ A$$

4) Les puissances active P et réactive Q consommées par le récepteur :

$$\begin{cases} P = \sqrt{3}UI\cos\varphi \\ Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi \end{cases} \quad ou \quad \begin{cases} P = 3RI^2 \\ Q = L\omega I^2 \end{cases}$$

$$A.N :\Rightarrow \begin{cases} P = 13{,}84\ KW \\ Q = 2{,}9\ KVAR \end{cases}$$

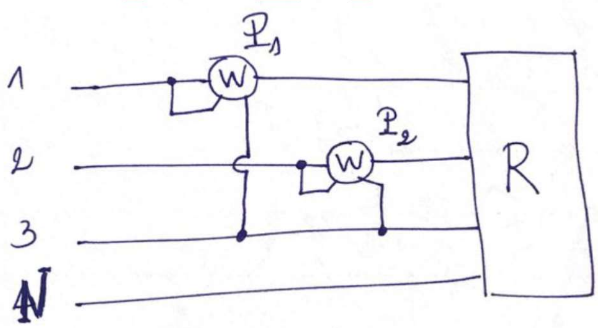
5)



Calculons l'indication W_{1N}^{1} : (méthode des trois wattmètres)

$$P = 3W_{1N}^{1} \qquad \Rightarrow W_{1N}^{1} = \frac{P}{3} = 4{,}63\ KW$$

6)

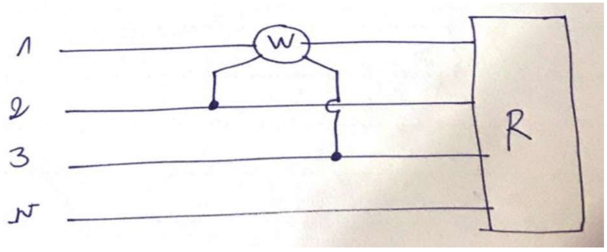


Les indications $P_1 = W_{13}^{1}$ et $P_2 = W_{23}^{2}$:

$$\begin{cases} P_1 = UI\cos(\varphi - 30) \\ P_2 = UI\cos(\varphi + 30) \end{cases} \quad ou \quad \begin{cases} P = P_1 + P_2 \\ Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) \end{cases}$$

$$A.N :\Rightarrow \begin{cases} P_1 = 7{,}75\ KW \\ P_2 = 6{,}8\ KW \end{cases}$$

7)



Calculons l'indication W_{23}^1 :

$$Q = \sqrt{3}W_{23}^1 \quad \Rightarrow W_{23}^1 = \frac{Q}{\sqrt{3}} = 1{,}67\ KW$$

Exercice 2 :

1) Partie 1 :
   a) la valeur efficace I du courant en ligne :

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi \quad \Rightarrow I = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi}$$

$$A.N : I = 601{,}4\ A$$

   b) La section s du câble :

$$j = \frac{I}{s} = 3 \quad \Rightarrow s = \frac{I}{j}$$

$$A.N : s = 200{,}5\ mm^2$$

   c) La résistance du câble :

$$R = \rho\frac{l}{s}$$

$$avec : l = 50\ Km,\ \rho = 1{,}6\times10^{-8}\,\Omega m\ et\ s = 200{,}5\ mm^2$$

$$A.N : R = 4\Omega$$

   d) la puissance totale PJ perdue par effet Joule :

$$P_j = 3RI^2$$

$$A.N : P_j = 4{,}34\ MW$$

   e) la masse m de cuivre utilisée pour la ligne :

$$\mu = \frac{M}{V} = \frac{M}{3ls} \quad \Rightarrow M = 3\mu ls$$

$$A.N : M = 266\ t$$

2) Partie 2 :
   a) la valeur efficace I' du courant en ligne :

$$P = U'I'\cos\varphi \quad \Rightarrow I' = \frac{P}{U'\cos\varphi}$$

$$A.N : I' = 1041{,}7\ A$$

   b) la résistance R' du câble :

$$P_j' = 2R'I'^2 \quad \Rightarrow R' = \frac{P_j'}{2I'^2}$$

$$A.N : R' = 2\Omega$$

c) la section s' du câble :

$$R' = \rho\frac{l}{s'} \quad \Rightarrow s' = \rho\frac{l}{R'}$$

$$avec : l = 50\ Km,\ \rho = 1{,}6\times10^{-8}\,\Omega m\ et\ R' = 2\Omega$$

$$A.N : R = 4\Omega$$

d) la masse m' de cuivre utilisée :

$$\mu = \frac{M'}{V'} = \frac{M'}{2ls'} \quad \Rightarrow M' = 2\mu l s'$$

$$A.N : M = 355\ t$$

3) déduisons le rapport :

$$\frac{M'}{M} \approx 1{,}33$$

$$Gain\ en\ Cuivre = \frac{M' - M}{M}\times 100 = 25\%$$

=> Le transport de l'énergie électrique en triphasé est plus économique que le biphasé.

Exercice 3 :

1) Calculons les puissances active P et réactive Q consommées :

$$P = P_1 + P_2 = 21\ KW$$

$$Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) = 15{,}58\ KVAR$$

2) Calculer le courant de ligne I :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}UI \quad \Rightarrow I = \frac{\sqrt{P^2+Q^2}}{\sqrt{3}U}$$

$$A.N : I = 39{,}72\ A$$

Le facteur de puissance du récepteur :

$$tg\varphi = Q/P \quad \Rightarrow \varphi = 36{,}57°$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = 0{,}80$$

3) Le récepteur est couplé en étoile, Chaque branche est constituée d'une résistance R en parallèle avec une inductance L :

a) Calcul de R :

$$P = 3\frac{V^2}{R} = \frac{U^2}{R} \quad \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}$$

$$A.N : R = 6{,}86\ \Omega$$

Calcul de L :

$$Q = 3\frac{V^2}{L\omega} = \frac{U^2}{L\omega} \quad \Rightarrow L = \frac{U^2}{Q\omega}$$

$$A.N : L = 89\ mH$$

b) Calculons le courant I_R circulant dans R :

$$\bar{V} = R\bar{I}_R \quad \Rightarrow V = RI_R$$

$$\Rightarrow \frac{U}{\sqrt{3}} = RI_R \quad \Rightarrow I_R = \frac{U}{\sqrt{3}R}$$

$$A.N : I_R = 31{,}9\ A$$

Le courant I_L circulant dans L:

$$\bar{V} = jL\omega\bar{I}_L \quad \Rightarrow V = L\omega I_L$$

$$\Rightarrow \frac{U}{\sqrt{3}} = L\omega I_L \quad \Rightarrow I_L = \frac{U}{\sqrt{3}L\omega}$$

$$A.N : I_L = 24\ A$$

4) On branche aux bornes du récepteur précédent trois condensateurs identiques, couplés en triangle, de capacité $C = 40\mu F$ chacun :

a) Calculons les nouvelles puissances active P' et réactive Q' consommées :
D'après le théorème de Boucherot :

$$P' = P + P_C = P + 0 = 21\ KW$$

$$Q' = Q + Q_C = Q - 3C\omega U^2 = 10{,}2\ KVAR$$

b) le nouveau courant de ligne I' :

$$S' = \sqrt{P'^2 + Q'^2} = \sqrt{3}UI' \quad \Rightarrow I' = \frac{\sqrt{P'^2 + Q'^2}}{\sqrt{3}U}$$

$$A.N : I' = 35{,}43\ A$$

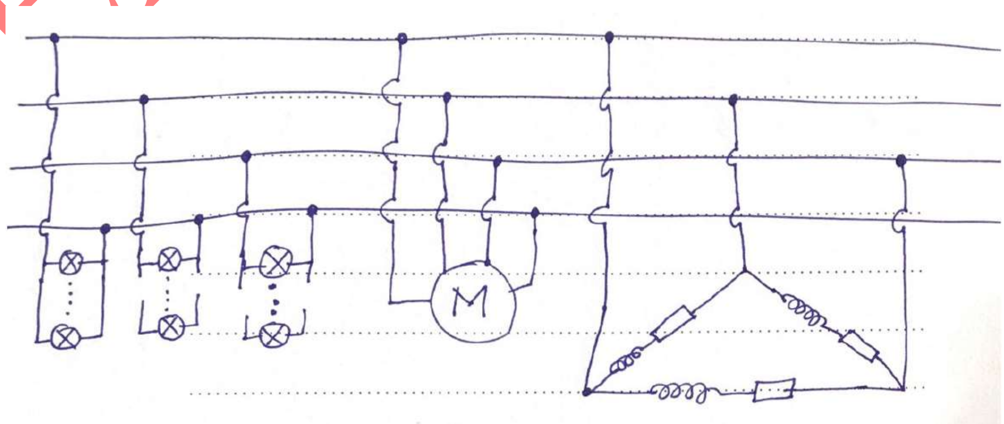
Le nouveau facteur de puissance du récepteur :

$$tg\varphi' = Q'/P' \quad \Rightarrow \varphi' = 25{,}9°$$

$$\Rightarrow \cos\varphi' = 0{,}90$$

Exercice 4 :

1) Le schéma simplifié :



2) les puissances active P et réactive Q consommées :

Lampe : $\begin{cases} P_L = 100\ W \\ Q_L = 0 \end{cases}$

Moteur : $\begin{cases} P_M = 25\ KW = Pu/\eta \\ Q_M = P_M / tg\varphi = 22\ KVAR \end{cases}$

Four : $\begin{cases} P_F = 40\ KW \\ Q_L = 38\ KVAR \end{cases}$

Ainsi :

$\Rightarrow P = 150(P_L) + P_M + P_F = 80\ KW$

$Q = 60\ KVAR$

3) le courant de ligne :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}UI \quad \Rightarrow I = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3}U}$$

$$A.N : I = 152\ A$$

Le facteur de puissance de l'installation :

$$tg\varphi = Q/P \quad \Rightarrow \varphi = 36{,}9°$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = 0{,}8$$

4) Calculons le courant traversant :

a) Chaque lampe : $P_L = VI_L \Rightarrow I_L = 0{,}45\ A$

b) Chaque enroulement du moteur : $P_M = \sqrt{3}UI_M \cos\varphi \Rightarrow I_M = 50{,}6\ A$

c) Chaque phase du four :

$$S_F = \sqrt{P_F^2 + Q_F^2} = \sqrt{3}UI_F \quad \Rightarrow I_F = \frac{\sqrt{P_F^2 + Q_F^2}}{\sqrt{3}U}$$

$$A.N : I_F = 83{,}8\ A$$

$$\Rightarrow J_F = \frac{I_F}{\sqrt{3}} = 48{,}3\ A$$

5) on branche aux bornes de l'installation une batterie de trois condensateurs identiques, couplés en triangle : $\cos\varphi' = 0{,}92$

a) La capacité C de chaque condensateur :

$$P' = P + P_C = P + 0 = 80\ KW$$

$$Q' = Q + Q_C = Q - 3C\omega U^2$$

$$avec : Q' = P.tg\varphi'$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q - P.tg\varphi}{3\omega U^2}$$

$$A.N : C = 190\ \mu F$$

b) La valeur de C, si les condensateurs étaient couplé en étoile :

$$\Rightarrow C' = \frac{Q - P.tg\varphi}{3\omega V^2}$$

$$A.N : C' = 570\ \mu F$$

⇨ C < C' : le couplage triangle est moins chère que le couplage étoile.