Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
Université Privée Autorisée par l'Etat UP2/11

École d'ingénierie

Examen Final d'Algèbre linéaire

Semestre 4

Durée (2 h)

Prof. A.Ramadane, Ph.D.

Exercice 1:(4 points)

Soit la matrice A = $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ et M= $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ est une matrice qui diagonalise (Matrice de passage)

a) Donner trois valeurs propres.
b) Donner une base de chaque sous-espace propre de A.
c) Est-ce que A est diagonalisable ? Justifier
d) A est elle inversible ? Déduire Ker(A)

Exercice 2: (4 points)

Soit la forme quadratique

$$f(x,y,z) = 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 2xz + 2yz + 3z^2$$

a) Trouver la matrice symétrique A qui lui est associée.
b) Calculer les valeurs propres de A.
c) Trouver les vecteurs propres de A.
d) Trouver le changement orthogonal de coordonnées qui diagonalise la forme quadratique.
e) Ecrire la forme quadratique sans les termes mixtes.

Exercice 3 : (5points)

Soit V^3 et sa base usuelle C =($\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) , soit une application linéaire

T : $V^3 \longrightarrow V^3$ telle que

T($x\,\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$) = (x+az) $\vec{\imath}$ + (x +z) $\vec{\jmath}$ + (ax+z) $\vec{k}$, où a est un réel fixé

a) Donner $[\,T\,]_C$ la matrice représentative de T dans la base de C
b) Donner une base de Im(T) .

c) Y'a-t il un noyau autre que $\{\vec{0}\}$? Si oui donner une base.

d) Quelles sont les valeurs propres de T ?

e) Pour chaque valeur propre λ donner une base E_λ.

f) Peut-on diagonaliser T ? Justifier