École d'ingénierie

Contrôle en Algèbre linéaire

Durée (2h : 00 mn)

CPI2

Prof. : A.Ramadane

25-05-2015

Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Exercice 1 (5 points)

a) Déterminer la matrice [T]B (base usuelle (i,j)) associée à la projection orthogonale d'un point sur la droite D1, D1 passe par l'origine et forme un angle de π /3 avec l'axe de X.
   Chercher les coordonnées de la projection orthogonale sur La droite D1 des points suivants : M(2,2), M(-1,5) (Graphique)

b) Déterminer la matrice [T]B (base usuelle (i,j)) associée à la projection sur la droite D1 parallèlement à D2. D1 passe par l'origine et forme un angle de π /5 avec l'axe de X. D2 passe par l'origine et forme un angle de π /3 avec l'axe de X.
   Chercher les coordonnées de la projection sur La droite D1 parallèlement à D2 des points suivants :M(2,2), M(-1,5) (Graphique)

Exercice 2 : (5points)

Soit V^3 et sa base usuelle C =($\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) , soit une application linéaire

T : $V^3 \longrightarrow V^3$ telle que

T($x\,\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$) = (x+y+3z) $\vec{\imath}$ + (x + 2 y +z) $\vec{\jmath}$ + (x+y+3z) $\vec{k}$

a) Donner [T]$_C$ la matrice représentative de T dans la base de C
b) Quelle est la dimension de Ker(T)
c) Donner une base de Im(T) et le rang de T.
d) Montrer que le vecteur - $\vec{\imath}$ + 2 $\vec{\jmath}$ - $\vec{k}$ appartient à l'image de T.

   Résoudre le système $\begin{cases} x + y + 3z = -1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 3z = -1 \end{cases}$

Université Internationale de Casablanca

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Exercice 3:(4 points)

Soit la matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

a) Donner le polynôme caractéristique de A ainsi que ses valeurs propres.
b) Donner une base de chaque sous-espace propre de A.
c) Est-ce que A est diagonalisable ? Justifier
d) A est elle inversible ? Déduire Ker(A)

Exercice 4: (6 points)

Soit la matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

a) Donner le polynôme caractéristique de A.
b) Vérifier que $[\,1\ \ 1\ \ 1]^t$ est un vecteur propre de A.
c) Donner les valeurs propres de A ainsi que leur multiplicité algébrique.
d) Pour chaque valeur propre de A, donner une base du sous-espace propre qui lui est associé.
e) Est-ce que A est diagonalisable ? si non, justifier. Si oui, donner une matrice P qui diagonalise A ainsi que la matrice diagonale D associée.
f) Soit T : $V^3 \longrightarrow V^3$ une application linéaire telle que

$[T]_C = A$ où $C = (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$

Donner une interprétation géométrique de T.