TD Chapitre 7 : Continuité des Fonctions Réelles :

I- Continuité en un point :

Exercice 1 :

Etudier la continuité des fonctions suivantes respectivement en 1, 3 et 4 :

$$f(x)=\begin{cases}1 & si\ x\in]0,1[\\ 2 & si\ x\in[1,2[\end{cases}\ ;\qquad g(x)=\begin{cases}-1 & si\ x\in]-1,3[\\ 1 & si\ x=3\\ 3 & si\ x\in]3,10[\end{cases}\ ;\qquad h(x)=\begin{cases}x^4 & si\ x\in[-2,4[\\ x^3 & si\ x\in[4,+\infty[\end{cases}$$

II- Continuité sur un intervalle :

Exercice 2 :

a) Etudier la continuité des fonctions suivantes :

$$f:\ x\longmapsto E(x)+1\ ;\qquad g:\ x\longmapsto \big(E(x)\big)^2$$

b) Tracer leurs graphiques.

Exercice 3 :

Donner les domaines de définition et les domaines de continuité des fonctions suivantes :

$$f:x\longmapsto e^x+lnx\ ;\qquad g:x\longmapsto x^2.\tan(x)\ ;\qquad h:x\longmapsto \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$$

$$i:\ x\longmapsto \frac{x}{e^x}\ ;\qquad j:x\longmapsto (\ln(x))^3$$

Exercice 4 :

Etudier la continuité des fonctions suivantes :

$$f:x\longmapsto \sqrt{e^x}\ ;\qquad g:x\longmapsto \frac{e^{\sqrt{x^2+1}}}{1+\sin^2(x)}\ ;\qquad h:x\longmapsto x(\ln(x))^n+e^{n.sin(x)},\ n\in\mathbb{Z}.$$

$$i:x\longmapsto \sqrt{\frac{2-3x}{6+5x}}\ ;\qquad j:x\longmapsto \sqrt{x^2-2x-5}\ ;\qquad k:x\longmapsto \ln(2x-7)$$

III- Prolongement par Continuité :

Exercice 5 :

a) Soit la fonction réelle f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x)=x.lnx$. Prolonger f par continuité en 0.

b) La fonction suivante est-elle prolongeable par continuité en $\pi/4$?

$$f(x)=\frac{1+\sqrt{2}\cos(x)}{1-\sqrt{2}\cos(x)}$$

Exercice 6 :

a) Donner le prolongement par continuité des fonctions suivantes aux points de discontinuité :

$$f(x)=\frac{x^2-a^2}{x-a}\ ;\qquad g(x)=\frac{\sin(4x)}{\sin(x)}$$

b) Les fonctions suivantes sont-elles prolongeables par continuité sur $\mathbb{R}$?

$$f(x)=\sin(x).\sin\left(\frac{1}{x}\right);\qquad g(x)=\frac{1}{x}\ln\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right);\qquad h(x)=\frac{1}{1-x}-\frac{2}{1-x^2}$$