



**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Circuits électriques

Circuits électriques – chapitre 3



Chapitre 3

- + Puissance électrique disponible
- + Nécessité d'une force électromotrice
- + Résolution pratique des équations en électrocinétique

Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

Courant électrique

- + Un courant électrique est défini par un déplacement de charges électriques élémentaires (ex : les électrons de conduction dans un métal).
- + Si on met un conducteur électrisé en contact avec un autre, le deuxième devient à son tour électrisé, c'est à dire qu'il a acquis une certaine charge Q . Cela signifie que lors du contact des charges se sont déplacées de l'un vers l'autre.

Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

Courant électrique

- + L'intensité d'un courant est liée au débit (flux) des charges en mouvement.

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- + où les unités sont les Ampères (A).
- + Le signe est choisi par convention.

Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

Densité de courant électrique

- + La raison physique du courant est un déplacement de charges, c'est à dire l'existence d'une vitesse organisée (par opposition à la vitesse d'agitation thermique) de celles-ci.
- + Dans un conducteur, des charges se déplacent avec une vitesse \vec{v} .

Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

Densité de courant électrique

- + Notons q la valeur d'une charge et n la densité de charge. On définit la densité de courant comme la quantité de charge traversant par unité de temps une section droite de surface unité (section droite = surface perpendiculaire au vecteur \vec{v}).
- + C'est le flux de charge par unité de temps et par unité de surface.

Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

Densité de courant électrique

- + On considère une surface dS perpendiculaire au flux de charges, et que pendant un temps dt , il passe une charge totale dQ à travers cette surface.
- + La densité de courant j s'écrit :

$$j = \frac{dQ}{dS \cdot dt}$$

Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

Densité de courant électrique

La charge dQ est formée par un ensemble de charges élémentaires q situées dans un volume dV , toutes ces charges ayant au maximum un temps dt pour passer à travers dS .

Si on suppose que toutes les charges ont la même vitesse \vec{v} , la charge la plus éloignée qui aura le temps de passer sera située à une distance $v \cdot dt$.

Le volume considéré est alors simplement

$$dV = dS \cdot v \cdot dt$$

Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

Densité de courant électrique

La quantité de charge dQ dans un volume dV se calcule simplement à partir de n la densité volumique de particules (électrons) et de leur charge commune q .

Densité volumique de charges

$$n \cdot q = \rho$$

Et

$$dQ = n \cdot q \cdot dV = n \cdot q \cdot dS \cdot v \cdot dt$$

Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

Densité de courant électrique

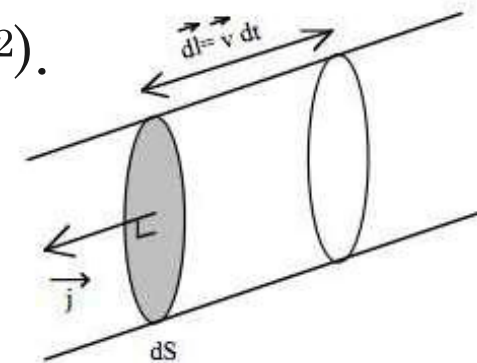
La densité de courant est alors

$$\mathbf{j} = n \cdot q \cdot \mathbf{v}$$

On définit de façon générale le vecteur densité de courant par:

$$\vec{\mathbf{j}} = n \cdot q \cdot \vec{\mathbf{v}}$$

exprimée en Ampères par mètre carré (A m^{-2}).



Courant et résistance électriques

Courant électrique et densité de courant

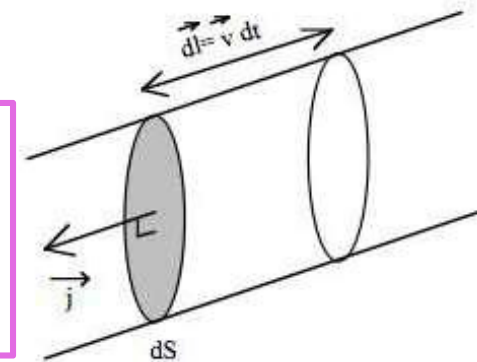
Densité de courant électrique

- + Le courant I circulant dans le fil est relié à la densité par :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{dt} \iint_{\text{Section}} d^3Q = \frac{1}{dt} \iint_{\text{Section}} \vec{j} \cdot \vec{d^2S} dt$$

$$I = \iint_{\text{Section}} \vec{j} \cdot \vec{d^2S}$$

On dit que le courant dans un circuit est le flux à travers la section du fil de la densité de courant. Le sens du courant (grandeur algébrique) est alors donné par le sens du vecteur densité de courant.



Courant et résistance électriques

Loi d'Ohm microscopique (ou locale)

- + Dans la plupart des conducteurs, on observe une proportionnalité entre la densité de courant et le champ électrostatique local.

$$\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$$

γ est le coefficient de proportionnalité, appelé la conductivité du milieu.

On définit également $\eta = 1/\gamma$, la **résistivité** du milieu.

- + La conductivité est une grandeur locale positive, dépendant uniquement des propriétés du matériau.

Exemple : le Cuivre possède une conductivité $\gamma_{CU} = 58106 \text{ S/m}$, tandis que celle du verre (isolant) vaut $\gamma_{verre} = 10^{-11} \text{ S/m}$.

Courant et résistance électriques

Loi d'Ohm microscopique (ou locale)

+ *D'où peut provenir cette loi ?*

$$\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$$

Prenons le cas simple d'une charge électrique q soumise à la force de Coulomb mais aussi à des collisions.

Ces collisions peuvent se décrire comme une force de frottement proportionnelle à la vitesse (moyenne) v de la charge. La relation fondamentale de la dynamique s'écrit

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} - k\vec{v}$$

Courant et résistance électriques

Loi d'Ohm microscopique (ou locale)

+ *D'où peut provenir cette loi ?*

$$\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$$

Cette équation montre qu'en régime permanent (stationnaire, mais non statique), la charge q atteint une vitesse limite

$$\vec{v} = \mu \vec{E}$$

Courant et résistance électriques

Résistance d'un conducteur : loi d'Ohm macroscopique

Considérons une portion AB d'un conducteur parcouru par un courant I . S'il existe un courant, cela signifie qu'il y a une chute de potentiel entre A et B.

$$U = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

On définit alors la résistance de cette portion par

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\iint_S \gamma \vec{E} \cdot d^2S}$$

Courant et résistance électriques

Résistance d'un conducteur : loi d'Ohm macroscopique

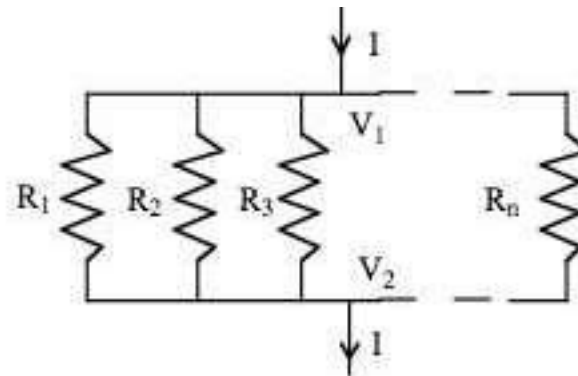
Dans le cas simple d'un conducteur filiforme de section S où, sur une longueur L , le champ électrostatique est uniforme, on obtient le lien entre la résistance d'un conducteur (propriété macroscopique) et sa résistivité (propriété microscopique) :

$$R = \frac{EL}{\gamma ES} = \eta \frac{L}{S}$$

Courant et résistance électriques

Associations de résistances

Résistances en parallèle



Soient n résistances R mises en parallèle sous une tension $U = V_1 - V_2$ et alimentées par un courant I .

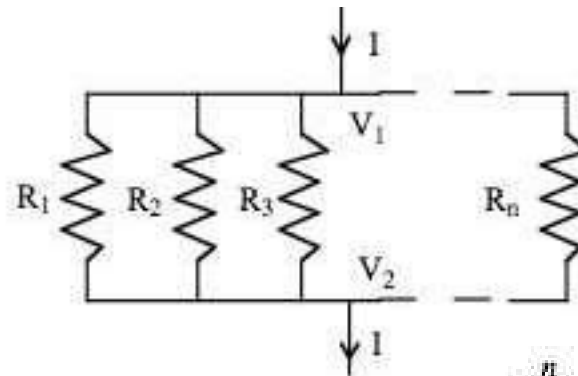
Le courant se sépare alors en n courants :

$$I_i = \frac{U}{R_i}$$

Courant et résistance électriques

Associations de résistances

Résistances en parallèle



Dans chacune des n branches :
$$I = \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \frac{U}{R_i} = \frac{U}{R}$$

C'est à dire que l'ensemble des n branches est analogue à une résistance équivalente en série :

$$\boxed{\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

Puissance électrique disponible

Soit une portion AB d'un circuit, parcourue par un courant permanent I allant de A vers B.



L'existence de ce courant implique que $V_A > V_B$

Cette différence de potentiel se traduit par l'existence d'un champ électrostatique \vec{E} produisant une force de Coulomb $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ capable d'accélérer une charge q .

Puissance électrique disponible

- + la puissance nécessaire pour communiquer une vitesse v à une particule de charge q quelconque.

$$P_q = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Puissance électrique disponible

- + Sachant que dans ce conducteur il y a n porteurs de charge par unité de volume, la puissance totale P mise en jeu dans le brin AB parcouru par un courant I est :

$$\begin{aligned} P &= \iiint_{\text{brin AB}} nP_q d\mathcal{V} = \int_A^B dl \iint_{\text{section}} nP_q dS = \int_A^B dl \iint_{\text{section}} nq\vec{E} \cdot \vec{v} dS \\ &= \int_A^B \iint_{\text{section}} (nq\vec{v} \cdot \vec{dS}) \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} \iint_{\text{section}} (\vec{j} \cdot \vec{dS}) \\ &= I \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} = I[V(A) - V(B)] \end{aligned}$$

C'est-à-dire : $\boxed{P = UI}$

Cette puissance est la puissance électrique disponible entre A et B, du simple fait qu'il y circule un courant I .

Puissance électrique disponible

- + Suivant la nature du dipôle placé entre A et B (récepteur), l'énergie électrique disponible sera convertie sous une forme ou une autre.
- + Pour une résistance R, la puissance disponible P ne sert qu'à faire chauffer la résistance puisque $U = R \cdot I$
- + Cela se traduit par une dissipation d'énergie sous forme de chaleur, appelée effet Joule, et dont la puissance vaut :

$$P_j = R \cdot I^2$$

Puissance électrique disponible

- + Cette énergie électrique peut être également reconvertie en rayonnement (lampe), énergie mécanique (moteur), etc....
- + Toute chaleur dégagée par le conducteur correspond à un gain d'énergie d'agitation thermique : cela signifie que de l'énergie cinétique a été communiquée au cristal par les électrons de conduction.

Nécessité d'une force électromotrice ou fém

- + La puissance totale fournie entre A et A par la force de Coulomb est :

$$P = I \int_A^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = I[V(A) - V(A)] = 0$$

- + C'est à dire une puissance nulle ! Cela signifie qu'il ne peut y avoir de courant en régime permanent.
- + Lorsque qu'il y a un courant, alors cela implique que la force de Coulomb n'est pas responsable du mouvement global des porteurs de charge dans un conducteur.

Nécessité d'une force électromotrice ou fém

Analogie

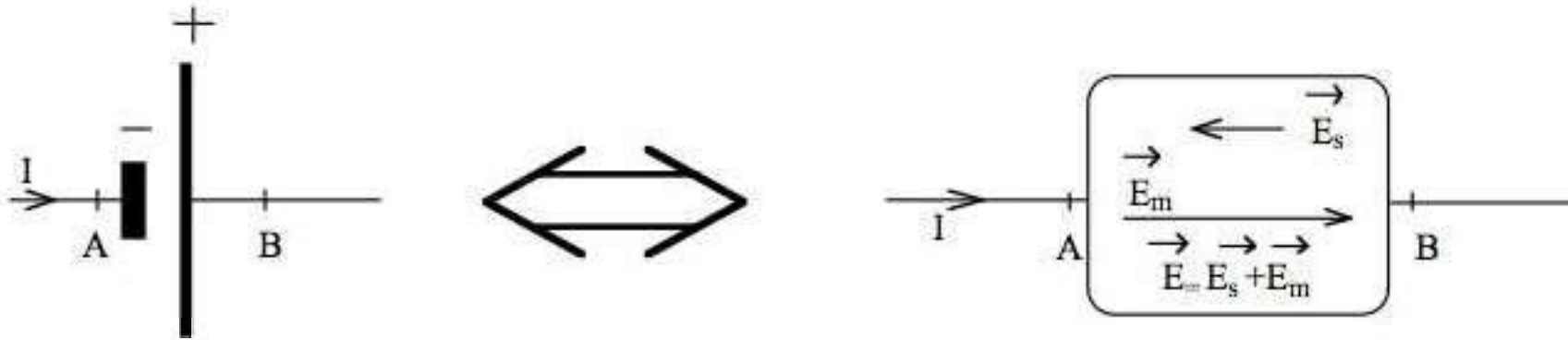
- + Dans une rivière, pour qu'il y ait un écoulement, il faut que l'eau s'écoule d'une région plus élevée vers une région plus basse (d'un potentiel gravitationnel plus haut vers un autre plus bas).
- + Le mouvement de l'eau d'un point élevé vers un point plus bas est bien dû à la simple force de gravitation.

Nécessité d'une force électromotrice ou fém

Analogie

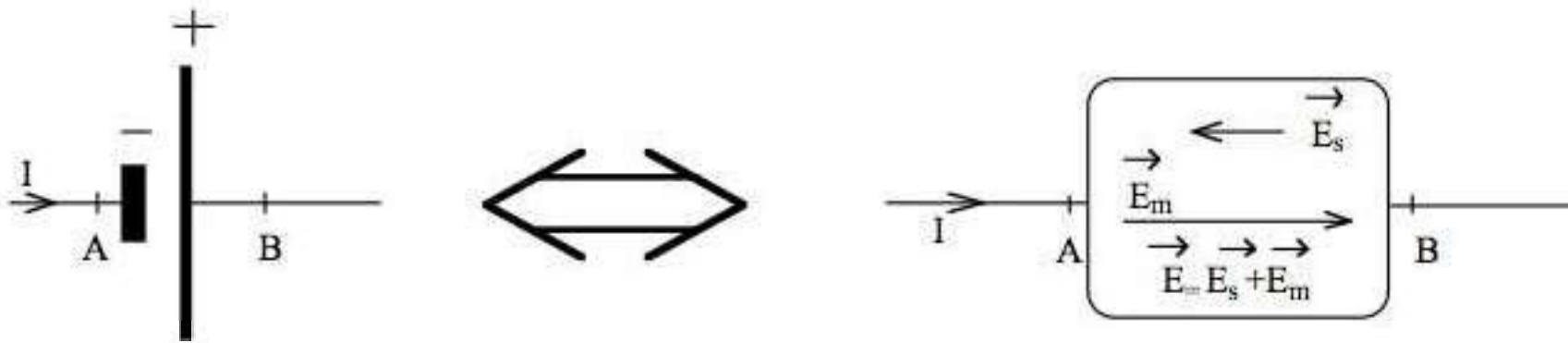
- + Mais si l'on veut constituer un circuit fermé, alors il faut fournir de l'énergie (grâce à une pompe) pour amener l'eau à une plus grande hauteur, et le cycle peut alors effectivement recommencer.
- + C'est exactement ce qui se passe dans un circuit électrique: une force autre que la force électrostatique doit permettre aux porteurs de charge de remonter le potentiel.

Nécessité d'une force électromotrice ou fém



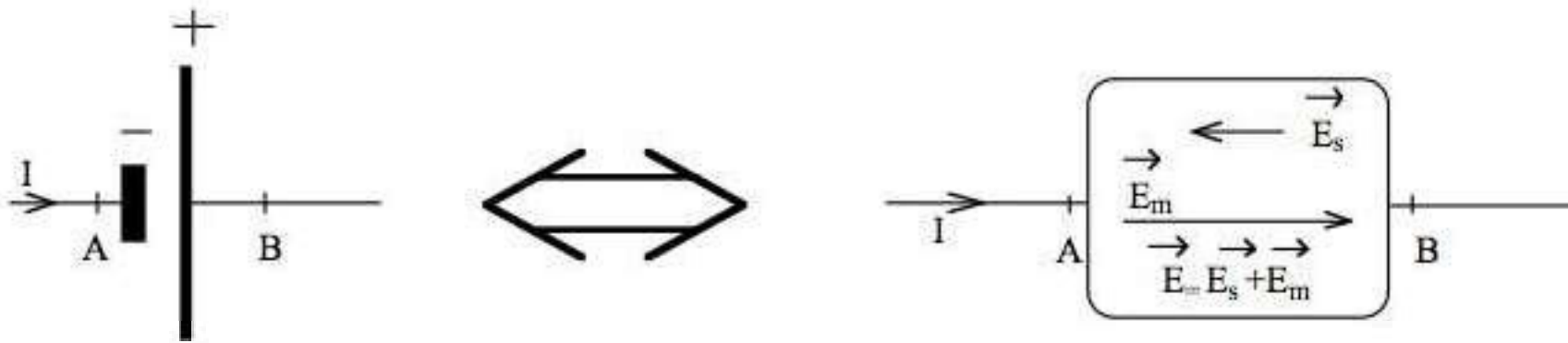
- + Le siège de la force responsable du courant dans un circuit est appelé le **générateur**.
- + le courant circulant de B vers A à l'extérieur du générateur.

Nécessité d'une force électromotrice ou fém



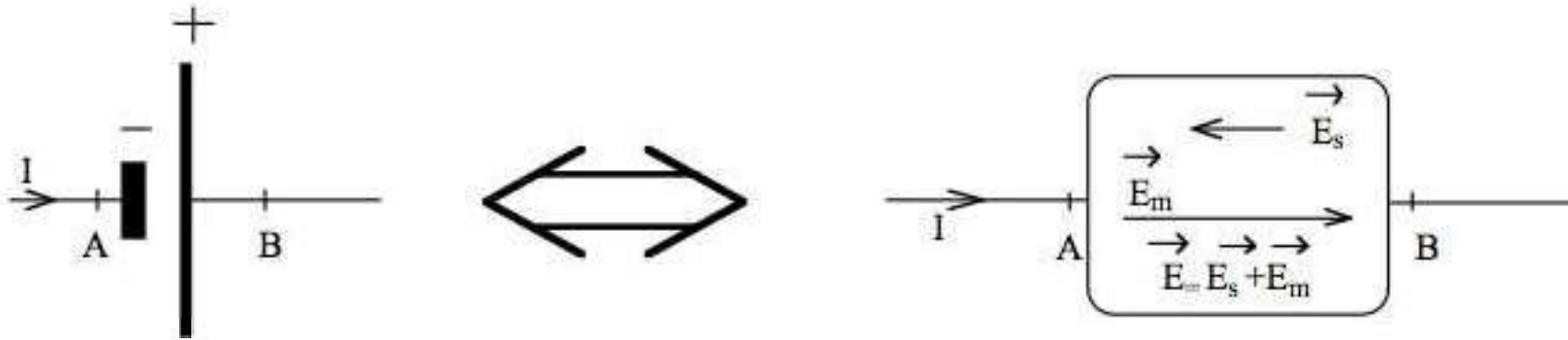
- + En régime permanent, les charges sont libre. c-a-d pas accumulation → Les charges doivent traverser le générateur.
- + Or, $V(B) > V(A)$, → qu'il y a un champ électrostatique E_s dirigé de B vers A à l'intérieur du générateur.

Nécessité d'une force électromotrice ou fém



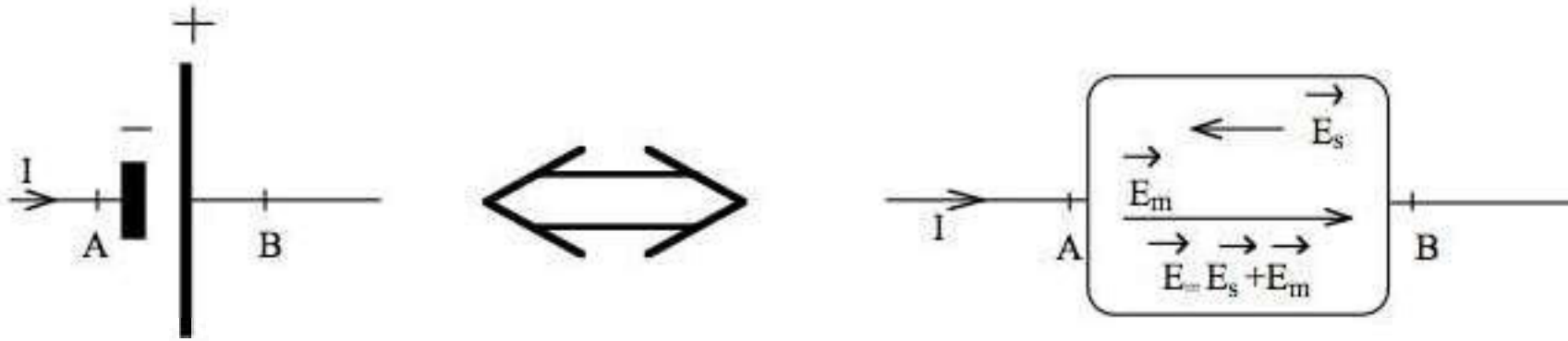
- + Quel que soit le signe des porteurs de charge responsables du courant, si celui-ci va de B vers A à l'extérieur, alors E_s s'oppose au mouvement des charges à l'intérieur.
- + La seule façon d'obtenir un régime stationnaire avec un courant permanent I , c'est donc d'avoir un champ supplémentaire, appelé **champ électromoteur** E_m , supérieur en norme et dirigé en sens inverse de E_s .

Nécessité d'une force électromotrice ou fém



- + Mettons maintenant le générateur en circuit ouvert ($I=0$). Le fait qu'une différence de potentiel (ddp) se maintienne entre ses bornes implique nécessairement la présence d'une autre force compensant l'attraction coulombienne.

Nécessité d'une force électromotrice ou fém



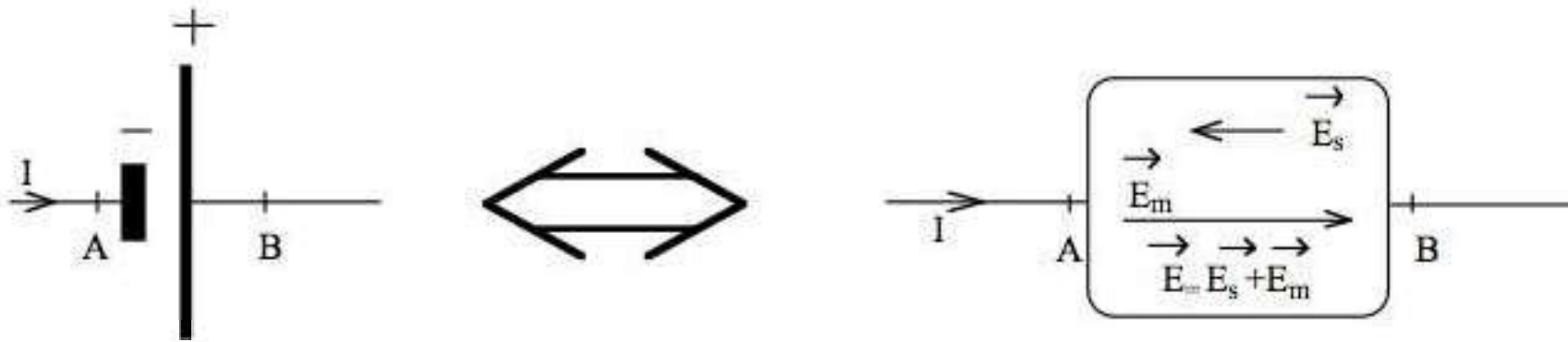
+ La force totale s'exerçant sur une charge q est :

$$\vec{F} = q(\vec{E}_s + \vec{E}_m)$$

+ À l'équilibre et en l'absence de courant, on doit donc avoir :

$$\vec{E}_s + \vec{E}_m = \vec{0}.$$

Nécessité d'une force électromotrice ou fém



+ Cela signifie donc que la ddp ou tension mesurée aux bornes d'un générateur ouvert vaut :

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_s \cdot d\vec{l} = - \int_A^B \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$$

Où, bien évidemment, $V_A - V_B < 0$

Nécessité d'une force électromotrice ou fém

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}_s \cdot d\vec{l} = - \int_A^B \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$$

On appelle : $e = \int_A^B \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$ la force électromotrice ou fém du générateur ($e > 0$ est exprimée en Volts)

Généralement

- Pour un générateur idéal $V_A - V_B = -e$.
- Pour un générateur non idéal (existence d'une résistance interne),

$$V_A - V_B = rI - e.$$

Nécessité d'une force électromotrice ou fém

- + La puissance totale P qui doit être fournie en régime permanent est alors :

$$\begin{aligned} P &= \iiint_{\mathcal{V}} nP_q d\mathcal{V} = \oint_{\text{circuit}} dl \iint_{\text{section}} nP_q dS = \oint_{\text{circuit}} dl \iint_{\text{section}} n\vec{F} \cdot \vec{v} dS = \oint_{\text{circuit}} \iint_{\text{section}} (nq\vec{v} \cdot \vec{dS}) \frac{\vec{F} \cdot \vec{dl}}{q} \\ &= \oint_{\text{circuit}} \frac{\vec{F} \cdot \vec{dl}}{q} \iint_{\text{section}} (\vec{j} \cdot \vec{dS}) = I \oint_{\text{circuit}} \frac{\vec{F} \cdot \vec{dl}}{q} = Ie \end{aligned}$$

Avec :

$$e = \oint_{\text{circuit}} \frac{\vec{F}}{q} \cdot \vec{dl} = \oint_{\text{circuit}} \vec{E}_m \cdot \vec{dl}$$