Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
UNIVERSITÉ RECONNUE PAR L'ÉTAT

CHAPITRE 2 : Charge électrique, champ électrique, potentiel, capacité, exemples industriels

Série 1

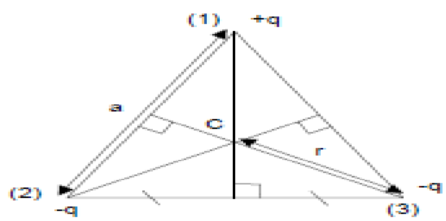
EXERCICE 1 (COURS)

1. Soit une charge q placée en un point O de l'espace. Exprimer le champ électrostatique créé par cette charge en un point M avec OM=r. Discuter la direction et le sens du champ créé selon le signe de q. En déduire le potentiel électrostatique.
2. On place une charge q' au point M. Exprimer la force électrostatique exercée par q sur q'.
3. Montrer que la force électrostatique est une force conservative.
4. Calculer le champ électrique produit par un électron à une distance 10 Angström.

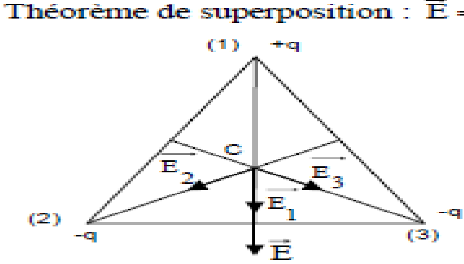
EXERCICE 2 : Champ électrostatique crée par des charges

Trois charges ponctuelles +q, -q et -q sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral de côté a. Déterminer les caractéristiques du champ électrostatique régnant au centre du triangle. Application numérique : q = 0,1 nC et a = 10 cm.

Le centre C est situé à la distance : $r = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$



Théorème de superposition : $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$



En intensité : $E = E_1 + E_2 \cos 60° + E_3 \cos 60°$

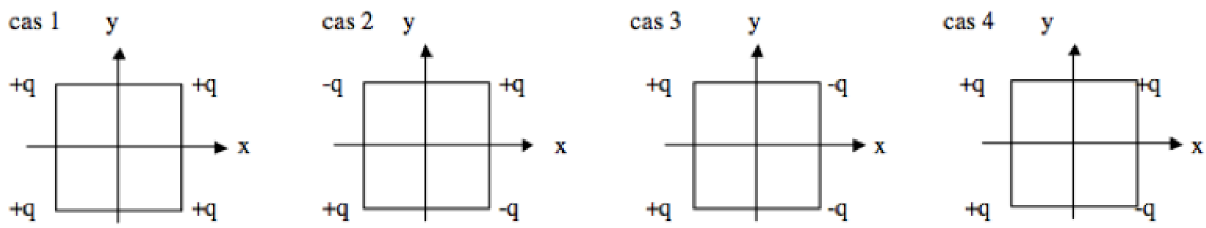
$$E_1 = E_2 = E_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(1 + 2\cos 60°) = \frac{3q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}$$

A.N. E = 540 V/m

EXERCICE 3

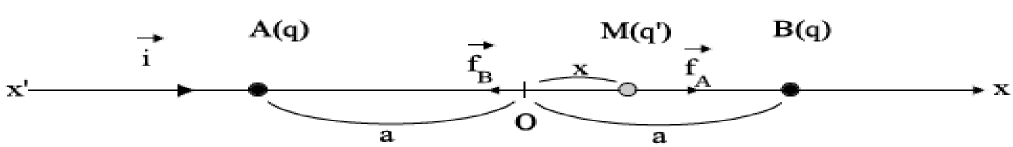
Soit quatre charges ponctuelles disposées au sommet d'un carré dont la longueur de la diagonale est 2a. Calculer le champ et le potentiel électrostatique au centre du carré dans les configurations suivantes :



	V (O)	E_x (O)	E_y (O)
cas 1	$q / (\pi \varepsilon_0 a)$	0	0
cas 2	0	0	0
cas 3	0	$q / (\sqrt{2}\, \pi \varepsilon_0 a^2)$	0
cas 4	$q / (2 \pi \varepsilon_0 a)$	$q / (2\sqrt{2}\, \pi \varepsilon_0 a^2)$	$-q / (2\sqrt{2}\, \pi \varepsilon_0 a^2)$

EXERCICE 4

Deux charges électriques de même valeur *q*, sont fixées en *A* et *B* sur un axe *x'Ox* aux abscisses x_A=-a et x_B=+a. Entre *A* et *B* on place une charge *q'* libre de se déplacer sur l'axe. Quelle est la position d'équilibre de *q'* ? Quelle est la force exercée sur *q'* hors de sa position d'équilibre ? Discuter de la stabilité de l'équilibre.



Soit M portant q' , et $\overline{OM} = x$.

Force résultante sur M : $\vec{f} = \vec{f}_A + \vec{f}_B = K\, qq' \left[\frac{1}{\overline{AM}^2} (\vec{i}) + \frac{1}{\overline{BM}^2} (-\vec{i}) \right]$

avec $\overline{AM} = x + a$ et $\overline{BM} = x - a$ $\Rightarrow$ $\vec{f} = K\, qq' \frac{-4\,ax}{(x^2 - a^2)^2} \vec{i}$ $\Rightarrow$

1/ équilibre pour q' en O (car si $x = 0$ on a $\vec{f} = \vec{0}$)

2/ - si $q\,q' > 0$, $\vec{f}$ est dirigée vers O $\forall\, x \neq 0$: stabilité

- si $q\,q' < 0$, $\vec{f}$ fuit O $\forall\, x \neq 0$: instabilité

Série 2

EXERCICE 5

Calculer des surfaces :

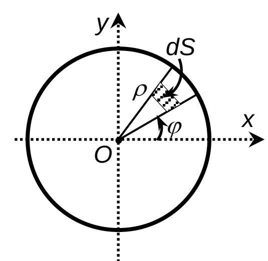
a) la surface d'un disque de centre O et de rayon R.

b) la surface d'un rectangle de longueur a et de largeur b situé dans le plan xOy.

c) la surface d'une calotte sphérique de rayon R et d'angle au sommet □ .

d) la surface et le volume d'une sphère de centre O et de rayon R.

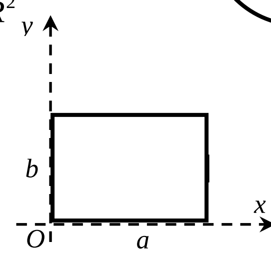
e) la surface latérale et le volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur *h*.



a) Périmètre et surface d'un disque :

◆ $P_{disque} = \oint_C dl$, $dl = R\,d\varphi \Rightarrow P_{disque} = \int_0^{2\pi} R\,d\varphi = 2\pi R \quad = 2\pi R$

◆ $S_{disque} = \iint_{disque} ds$; $ds = \rho d\rho d\varphi \Rightarrow S_{disque} = \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi = \pi R^2$



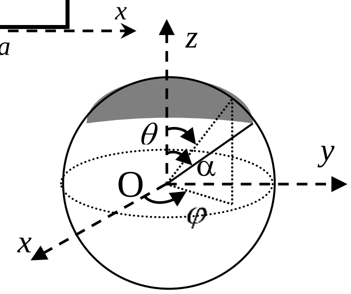
b) Surface d'un rectangle :

◆ $S_{rect} = \iint_{rect} ds$; $ds = dxdy \Rightarrow S_{rect} = \int_0^a dx \int_0^b dy = ab$

c) Surface d'une calotte sphérique :

$S_{(cal)} = \iint_{C.sph\acute{e}r.} ds$; sur la surf. de la sphère : $ds = R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

$S_{(cal)} = R^2 \int_0^{\alpha} \sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \quad = 2\pi R^2 \left[-\cos\theta\right]_0^{\alpha} \quad = 2\pi R^2 (1 - \cos\alpha)$



d) ◆ Surface de la sphère : $\alpha = \pi \Rightarrow S_{(Sph\grave{e}re)} = 4\pi R^2$

$S_{sph\grave{e}re} = \iint_{sph\grave{e}re} ds = \iint_{sph\grave{e}re} R^2 \sin\theta d\theta d\varphi = R^2 \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi R^2$

◆ Volume de la sphère : $V_{sph\grave{e}re} = \iiint_{sph\grave{e}re} dv$; $dv = r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi$

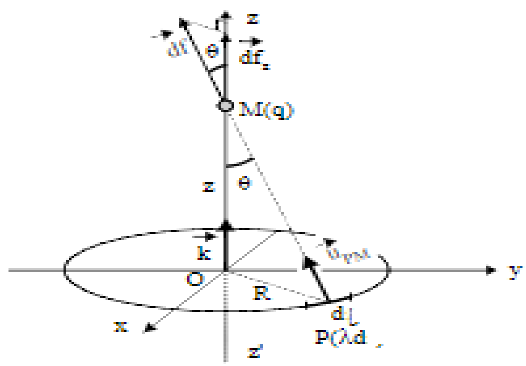
$V_{sph\grave{e}re} = \int_0^R r^2 dr \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{4}{3}\pi R^3$

e) ◆ Surface latérale du cylindre : $ds = Rd\varphi dz \Rightarrow S_{cyl} = \iint_{cyl} ds = R\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^h dz = 2\pi Rh$

◆Volume : $V_{cyl} = \iiint_{cyl} dv\,;\quad dv = \rho d\rho d\varphi dz \quad \Rightarrow \quad V_{cyl} = \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^h dz = \pi R^2 h$

EXERCICE 6

Un cercle de rayon R , centré en O dans le plan xOy , porte une densité linéaire uniforme de charges λ. Quelle est la force exercée par cette distribution sur une charge ponctuelle q située sur l'axe $z'Oz$ orthogonal à ce plan, à la distance z de O ?



dl en P portant la charge λdl , exerce sur q en M la force : $\vec{df} = K\dfrac{q\,\lambda dl}{PM^2}\,\vec{u}_{PM}$.

Le problème présente une symétrie axiale autour de $\vec{z'Oz}$; la force résultante $\vec{f}$ sur q est donc selon $\vec{z'Oz}$ et il suffit de ne considérer que la composante $\vec{df_z}$ de $\vec{df}$ selon cet axe, soit :

$$\vec{df_z} = K\frac{q\,\lambda dl}{PM^2}\cos\theta\,\vec{k}\ ,$$

On peut donc écrire en remarquant que $PM^2 = R^2 + z^2$ et $\cos\theta = \dfrac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}$:

$$\vec{f} = \int_{cercle}\vec{df_z} = K\,q\lambda\,\frac{z}{\left(z^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,\vec{k}\int_{cercle} dl = 2\pi R\,K\,q\lambda\,\frac{z}{\left(z^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,\vec{k} = f\,\vec{k}$$

EXERCICE 7 (à faire)

Entre deux plaques métalliques horizontales distantes de 1,5 cm, on applique une différence de potentiel de 3 kV. On constate alors que de petites gouttes d'huile chargées négativement sont en équilibres entre les deux plaques.

a. Quelles sont les polarités des plaques ?

b. Quelle est la charge d'une goutte d'huile ?

c. Comparer à la charge d'un électron.

On donne :

- masse volumique de l'huile : ρ= 900 kg/m^3
- diamètre d'une goutte : D = 4,1 µm
- intensité du champ de pesanteur : g = 9,8 m/s^2